

Phys. sp.

621

m

Phys. sp.
621^m

Simonoff, J.,

*A l'Académie Royale
des Sciences de Munich*

hommage de l'auteur

SUR

L'ACTION MAGNÉTIQUE DE LA TERRE.

PAR A. SIMONOFF.

RECHERCHES

SUR

L'ACTION MAGNÉTIQUE DE LA TERRE.



KAZAN.

IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ.

1843.

A l'Académie des Sciences et des Lettres

Commissaire de l'Académie

RECHERCHES

sur

L'ACTION MAGNÉTIQUE DE LA TERRE.

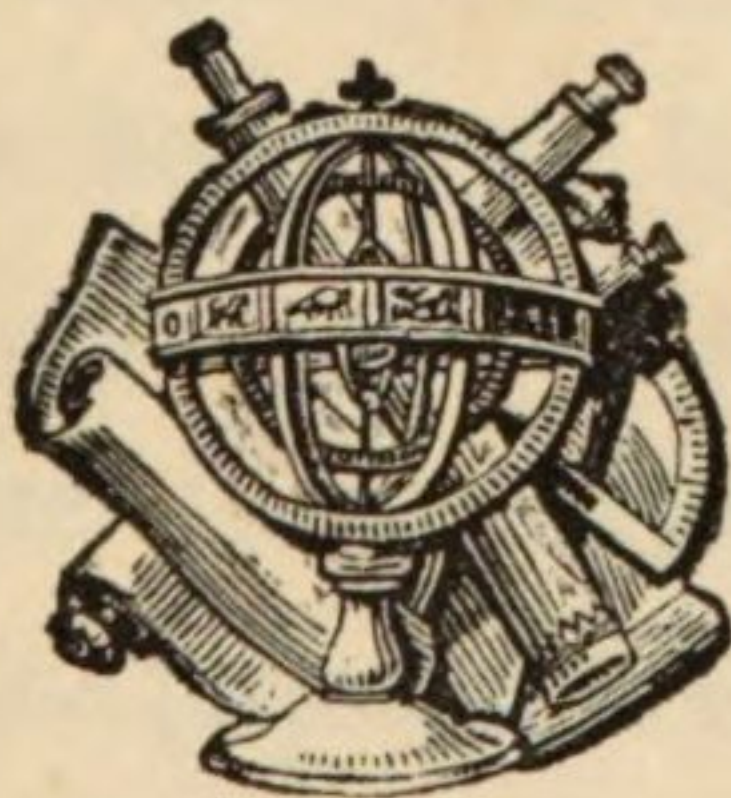
RECHERCHES

SUR

L'ACTION MAGNÉTIQUE DE LA TERRE

PAR J. SIMONOFF,

Conseiller d'État actuel, Professeur émérite à l'Université Impériale de Kazan, Membre honoraire de l'Université Impériale de Kharkov, Correspondant de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg, de l'Académie de Rome; Membre ou correspondant du Comité statistique de Kazan, de la Société des naturalistes de Moscou, de la Société philomathique de Paris, de la Société rhénane de physique et d'histoire naturelle de Mayence et de plusieurs autres sociétés savantes et littéraires; Associé de la Société royale des antiquaires du Nord de Copenhague; Chevalier des Ordres de St. Vladimir de la 3-me et de S-te Anne de la 2-de classe orné de la couronne Impériale.

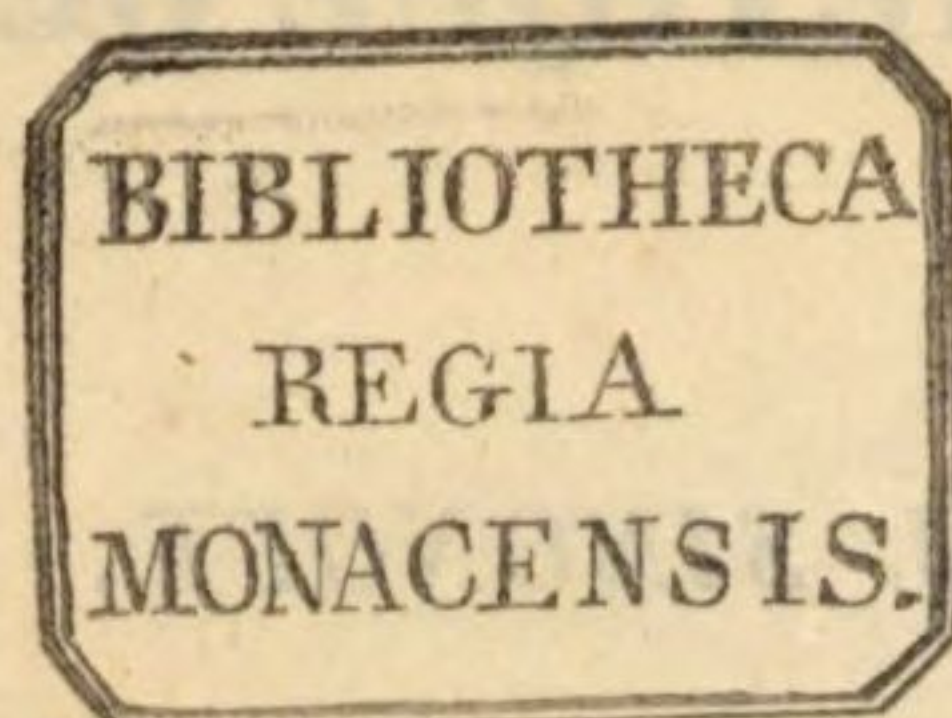


KAZAN.

IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITÉ.

1845.

347. B.



Перепечатано изъ ученыхъ записокъ Императорскаго Казанскаго Уни-
верситета за 1859 и 1843 годы.



RECHERCHES

sur

L'ACTION MAGNÉTIQUE DE LA TERRE.

§ 1. Les phénomènes que présente une aiguille aimantée successivement transportée en différens lieux du globe terrestre sont devenus un objet principal d'occupation pour plusieurs Physiciens. On a déterminé avec une exactitude suffisante les trois élémens des observations magnétiques pour un grand nombre des points remarquables de la surface habitée de la terre. Ces trois élémens sont la déclinaison de l'aiguille aimantée, son inclinaison et l'intensité de la force magnétique. On peut dire que la partie pratique de cette branche de la géographie physique n'est pas loin d'être complète. Les instrumens perfectionnés dans les derniers temps nous donnent les deux premiers élémens avec la précision d'une minute, et par les méthodes de Borda, de Poisson et de Gauss on détermine avec une grande exactitude les rapports des intensités des forces magnétiques de la terre, en différens lieux. Avec de tels moyens pratiques, Mrs. Humboldt et Gay-Lussac, Parry et Sabine, Hansteen et Erman, Duperey et Blosseville ont fait un grand nombre d'observations

précieuses qui pourront servir de données pour toutes les recherches futures sur les lois de l'action magnétique de notre globe. Les navigateurs ont déterminé la configuration bizarre de la ligne où l'inclinaison magnétique est nulle, et ils ont trouvé que cette ligne, qu'on nomme ordinairement *l'équateur magnétique*, a plusieurs inflexions dans la partie du globe où elle passe dans l'océan Atlantique, sur la côte occidentale de l'Amérique, et surtout près des îles Carolines. Quant à la théorie du magnétisme terrestre, on ne connaît qu'une seule formule, qui donne la loi de l'inclinaison magnétique i de l'aiguille, dans des endroits peu éloignés de l'équateur, quand on connaît la latitude magnétique λ . Cette formule découverte par Mr. Bowdich est

$$\text{tang } i = 2 \text{ tang } \lambda.$$

Mr. Biot a donné, dans son *Traité de Physique*, une autre formule qu'il exprime ainsi:

$$\text{tang } (i + \lambda) = \frac{\sin 2\lambda}{\cos 2\lambda - \frac{1}{3}},$$

mais il est facile de voir que cette formule est tout-à-fait identique avec celle de Bowdich. La théorie de Mr. Biot est fondée sur l'hypothèse qu'il y a au centre de la terre un aimant très petit, ou, ce qui revient au même, deux centres magnétiques infiniment voisins, l'un boréal et l'autre austral, dont les actions s'exercent sur tous les points de la surface du globe, selon les lois ordinaires des forces magnétiques, c'est-à-dire en raison in-

verse du carré de la distance. La différence des inclinaisons calculées d'après les formules précédentes, avec les inclinaisons observées en Europe, monte quelquefois jusqu'à 6 degrés; mais, dans l'Asie orientale, ces formules donnent des résultats tout-à-fait différens des observations: c'est une preuve évidente de l'insuffisance de l'hypothèse de deux centres d'action. Mr. Biot a déjà remarqué la même chose, et il a reconnu qu'un seul aimant, placé au centre de la terre, ne peut pas satisfaire aux phénomènes. Ne pouvant donc pas adopter cette idée simple, il a cherché à s'en écarter le moins possible, et puisqu'il a trouvé qu'elle représente assez bien les observations faites en Europe (c'est-à-dire jusqu'à 5° près) et dans l'Océan Atlantique, il a essayé d'y faire une modification telle, qu'elle soit peu sensible dans cette partie du globe, et qu'elle le devienne beaucoup dans la partie opposée, où l'équateur magnétique éprouve tout-à-coup son inflexion. C'est à quoi l'on parviendra, selon lui, en plaçant près de ce point un second aimant excentrique, dont on peut déterminer la position et l'énergie relative, de manière à satisfaire aux observations. Or, dit-il, en effectuant ce calcul, on trouve qu'il suffit de donner à cet aimant une très petite force pour faire disparaître les anomalies qui ont lieu de ce côté du globe, et pour accorder les faibles inclinaisons observées dans la partie australe de la mer du sud avec les grandes inclinaisons qui ont lieu dans le nord de l'Amérique. En répartissant ainsi quelques autres centres secondaires dans les points du globe où les irrégularités des déclinaisons semblent les plus bizarres, il est vraisemblable, dit-il, qu'on finirait par les représenter toutes avec exactitude, aussi bien que les inclinaisons et les intensités. C'est ainsi que, dans le système du monde, le mouvement principal,

produit par l'action du soleil, est modifié par les perturbations que les petites masses des planètes produisent.

D'un autre côté Mr. Biot fait une question: l'action magnétique centrale est-elle réellement produite par un noyau magnétique renfermé dans l'intérieur du globe terrestre, ou n'est-elle que la résultante principale de toutes les particules magnétiques disséminées dans sa substance? Dans ce cas les centres secondaires seraient déterminés par quelques attractions locales devenues prépondérantes. — J'ai prouvé dans mon mémoire sur le magnétisme terrestre, imprimé dans le journal des mathématiques de Mr. Crelle, tome XVI, que la tangente de l'inclinaison magnétique est indépendante du demi-diamètre de la sphère magnétique imaginée au milieu de la terre, pourvu qu'elle soit concentrique avec le globe terrestre. En partant de cette hypothèse, j'ai trouvé, en même temps, que l'équation de Bowdich a également lieu quel que soit le rapport du diamètre du noyau intérieur à celui de la terre. Mais comme cette équation ne s'accorde pas avec les observations, surtout lorsqu'elles sont faites dans les grandes latitudes magnétiques, nous allons essayer d'expliquer les phénomènes du magnétisme terrestre par l'action d'un noyau excentrique. Euler avait déjà, en quelque sorte, une idée analogue quand il dit (n'ayant pas trouvé un accord suffisant entre sa théorie et les observations): »C'est sans doute un accident »bien fâcheux pour la théorie que je viens de développer, et il »semble qu'elle en serait totalement renversée. Les parti- »sans de feu Mr. Halley ne manqueront pas d'en tirer cette con- »séquence, que, pour expliquer les phénomènes de la déclinaison »magnétique, il faut absolument avoir recours à quatre pôles

»magnétiques. Mais les raisons alléguées ci-dessus me paraissent
 »encore trop fortes, pour que je veuille entièrement renoncer à
 »cette idée; et il se présente d'abord une source très naturelle,
 »qui nous pourra fournir une correction suffisante. Pour cet effet,
 »je crois qu'on n'aura qu'à employer cette rectification, que le
 »centre magnétique ne doit pas être pris au milieu de l'axe magné-
 »tique. J'avais introduit cette supposition uniquement pour la
 »commodité du calcul; mais à présent je ne doute plus que ce
 »centre ne soit considérablement éloigné du milieu de l'axe».

Mon but n'est pas de renouveler la dispute d'Euler avec les partisans de Halley; je ne veux pas même nier l'existence de deux axes magnétiques ou plutôt de deux, trois et quatre noyaux magnétiques, dispersés dans l'intérieur de la terre; mais je dirai avec Euler, que l'hypothèse de quatre pôles magnétiques est fort douteuse et incompatible avec les principes d'une bonne physique. Il me paraît qu'aucune cause naturelle n'est capable de produire quatre pôles ou quatre points où la direction de l'aiguille aimantée puisse être verticale. Veut-on admettre plus d'une source de l'action magnétique de la terre, plus d'un aimant agissant à la fois sur l'aiguille; alors les résultats de leurs actions seront plus compliqués, et l'on trouvera peut-être dans chaque hémisphère une ligne irrégulière sur laquelle l'aiguille aimantée prendra une direction verticale. Peut-être est-ce, en effet, le cas de la nature; mais la nature est toujours simple dans ses lois: l'histoire des sciences nous en fait voir plusieurs exemples. N'a-t-on pas compliqué jadis la théorie des mouvemens celestes? et les grandes découvertes de Kepler ont renversé tout cet échafaudage d'épicycles. Ensuite on a trouvé les causes perturbatrices

qui dérangent les lois de Kepler. Peut être, que les causes secondaires, qui agissent sur l'aiguille magnétique, sont beaucoup plus énergiques que les forces perturbatrices du système du monde: alors la difficulté reviendra à la prolixité des formules qu'il faudra calculer et comparer avec l'expérience; cependant le calcul deviendra plus facile par la connaissance des lois que suivent les forces prédominantes. Comme il nous est impossible de découvrir les lois de la nature sans avoir parcouru toutes les routes qui peuvent nous conduire à la vérité, j'ai pris la charge de reconnaître un de ces chemins tortueux, et j'apporte les résultats de mes recherches sur l'autel des sciences.

SECTION PREMIÈRE.

LOIS MATHÉMATIQUES DU MAGNÉTISME TERRESTRE.

§ 2. Les physiciens attribuent les attractions et les répulsions magnétiques à deux fluides impondérables, qu'ils appellent *fluide boréal* et *fluide austral*, dont chacun attire les molécules de l'autre, et repousse avec la même force ses propres particules. Coulomb fit voir que ces fluides ne peuvent éprouver dans les corps que des déplacements insensibles, qui suffisent néanmoins pour rendre sensible au dehors la différence de leur action attractive et répulsive. D'après cette opinion, fondée sur des expériences, on a établi les principes suivants : 1° que le volume apparent d'une substance magnétique se trouve composé d'une multitude de petits espaces, dans lesquels il y a du magnétisme, et d'une multitude d'autres petits espaces où le magnétisme n'existe pas ; 2° que les deux fluides contenus dans chaque petit espace magnétique peuvent être séparés ou combinés entre eux, mais qu'ils ne peuvent jamais sortir de la petite étendue, dans laquelle ils ont été primitivement enfermés, tout ce qui les environne leur étant imperméable. — Ces deux fluides, *combinés* entre eux par leur attraction mutuelle, ou *neutralisés* l'un par l'autre, constituent *l'état naturel* des corps ; mais viennent-ils à être *décomposés* ou *separés* par une cause quelconque, le corps dans lequel cette décomposition a eu lieu est un corps magnétique.

Ces principes étant posés, nous allons déterminer l'action d'une sphère magnétique sur une aiguille aimantée. Pour fixer les idées, supposons qu'il se trouve dans l'intérieur de la terre un aimant de figure sphérique, dont nous nommerons le rayon r' . Cet aimant peut être considéré comme l'assemblage d'un infiniment grand nombre d'aiguilles, ou de barres aimantées infiniment petites et séparées par des espaces insensibles et inaccessibles au magnétisme. Pour abréger nous nommerons *élément magnétique* chacune de ces barres élémentaires dans lesquelles les deux fluides — boréal et austral — doivent être séparés; et nous supposerons que les axes magnétiques de ces éléments ont pris des directions parallèles entre eux.

§ 3. Rapportons tous les points de la sphère terrestre et de la sphère magnétique à trois plans des coordonnées rectangulaires xy , yz et zx , le centre de l'aimant intérieur, supposé sphérique, étant l'origine des coordonnées. Supposons enfin que x' , y' , z' soient les coordonnées du pôle austral d'un élément magnétique quelconque et $x' + p \cos \alpha$, $y' + p \cos \beta$, $z' + p \cos \gamma$ les coordonnées de son pôle boréal, p représentant la distance de ces deux pôles, et α , β , γ les angles que la ligne p , ou plutôt la direction de chaque aiguille élémentaire, fait avec les axes des coordonnées x , y , z . La quantité p doit être infiniment petite et nous la supposerons constante dans toute l'étendue de la sphère magnétique. Le petit parallélépipède $dx' dy' dz'$ qui représente un élément de la sphère magnétique peut être considéré, en même temps comme un petit faisceau d'aiguilles élémentaires, dont les deux pôles agissent répulsivement sur le pôle de même dénomination et attractivement sur le pôle de nom contraire de

l'aiguille aimantée librement suspendue dans un lieu quelconque, dont la position sur la surface de la terre sera déterminée par les coordonnées x, y, z .

Nous désignerons sous le nom *d'axes magnétiques* les directions parallèles des barres magnétiques élémentaires. L'axe magnétique mené par le centre de la sphère magnétique aura la dénomination *d'axe magnétique excentrique*, et celui qui passe par le centre de la terre sera nommé *axe magnétique géocentrique*.

Coulomb prouve, par des expériences, que les attractions et les répulsions magnétiques sont en raison inverse du carré des distances. Cependant il y a d'autres physiciens qui pensent que les preuves données par Coulomb, étant incontestables pour l'électricité, sont loin d'être aussi concluantes par rapport au magnétisme. Supposons d'abord que les attractions et les répulsions magnétiques soient en raison directe d'une fonction quelconque des distances. Dans ce cas, si l'on désigne cette fonction par φ et qu'on fasse

$$Q^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

$$Q'^2 = (x - x' - p \cos \alpha)^2 + (y - y' - p \cos \beta)^2 + (z - z' - p \cos \gamma)^2,$$

l'ensemble des deux actions exercées par les pôles d'un élément magnétique sur chacun des pôles de l'aiguille de la boussole parallèlement à l'axe des x , et dirigées vers l'origine des coordonnées, peut être exprimé par

$$\mu \varphi Q' \cdot \frac{x - x' - p \cos \alpha}{Q'} - \mu \varphi Q \cdot \frac{x - x'}{Q}.$$

Nous supposons, avec Poisson, que le pouvoir attractif ou répulsif des deux fluides est le même dans tous les corps aimantés, ou du moins dans toute l'étendue du noyau magnétique de la terre, à distance égale et pour des quantités égales de fluide. D'après cela le facteur μ peut être considéré comme une quantité constante.

Dans le développement de l'expression $\varphi \varrho' \cdot \frac{x - x' - p \cos \alpha}{\varrho'}$

suivant les puissances de p , dont la dimension est infiniment petite, on peut négliger tous les termes qui contiennent des puissances supérieures à la première, d'où il résultera

$$\begin{aligned} & \mu \varphi \varrho' \cdot \frac{x - x' - p \cos \alpha}{\varrho'} - \mu \varphi \varrho \cdot \frac{x - x'}{\varrho} = \\ & = \mu p \left[\frac{d\varphi \varrho}{dx'} \frac{x - x'}{\varrho} \cos \alpha + \frac{d\varphi \varrho}{dy'} \frac{x - x'}{\varrho} \cos \beta + \frac{d\varphi \varrho}{dz'} \frac{x - x'}{\varrho} \cos \gamma \right] \end{aligned}$$

Cette expression étant multipliée par $dx' dy' dz'$ donnera la valeur de l'action exercée sur l'aiguille aimantée par le faisceau magnétique élémentaire parallèlement à l'axe des x . De la même manière on trouvera aussi les actions du faisceau élémentaire exercées parallèlement à l'axe des y et à celui des z .

D'après cela, si nous appelons A, B, C , les trois composantes, suivant les axes des x, y, z , de l'action totale que la sphère magnétique exerce sur une aiguille placée à la surface de la terre

dans le lieu d'observation dont les coordonnées sont x, y, z , nous aurons

$$A = \mu p \iiint \left\{ \frac{d\varphi \rho \frac{x-x'}{\rho}}{dx'} \cos \alpha + \frac{d\varphi \rho \frac{x-x'}{\rho}}{dy'} \cos \beta + \right. \\ \left. + \frac{d\varphi \rho \frac{x-x'}{\rho}}{dz'} \cos \gamma \right\} dx' dy' dz'$$

$$B = \mu p \iiint \left\{ \frac{d\varphi \rho \frac{y-y'}{\rho}}{dx'} \cos \alpha + \frac{d\varphi \rho \frac{y-y'}{\rho}}{dy'} \cos \beta + \right. \\ \left. + \frac{d\varphi \rho \frac{y-y'}{\rho}}{dz'} \cos \gamma \right\} dx' dy' dz'$$

$$C = \mu p \iiint \left\{ \frac{d\varphi \rho \frac{z-z'}{\rho}}{dx'} \cos \alpha + \frac{d\varphi \rho \frac{z-z'}{\rho}}{dy'} \cos \beta + \right. \\ \left. + \frac{d\varphi \rho \frac{z-z'}{\rho}}{dz'} \cos \gamma \right\} dx' dy' dz'.$$

Ces expressions doivent être intégrées dans toute l'étendue de la sphère magnétique. Elles seront plus simples si l'on fait

$$\varphi \rho = \frac{du}{d\rho},$$

car on aura alors

$$\varphi \rho. \frac{x-x'}{\rho} = \frac{du}{dx}$$

$$\varphi \rho. \frac{y-y'}{\rho} = \frac{du}{dy}$$

$$\varphi \rho. \frac{z-z'}{\rho} = \frac{du}{dz},$$

et faisant

$$\iiint \left\{ \frac{du}{dx'} \cos \alpha + \frac{du}{dy'} \cos \beta + \frac{du}{dz'} \cos \gamma \right\} dx' dy' dz' = V,$$

on aura enfin

$$A = \mu p \frac{dV}{dx}$$

$$B = \mu p \frac{dV}{dy}$$

$$C = \mu p \frac{dV}{dz}.$$

§ 4. Comme α, β, γ sont des angles constants, il ne s'agit donc que de déterminer les intégrales

$$\iiint \frac{du}{dx'} dx' dy' dz', \quad \iiint \frac{du}{dy'} dx' dy' dz', \quad \iiint \frac{du}{dz'} dx' dy' dz'.$$

Il suffit d'intégrer une seule de ces expressions : les autres seront trouvées par analogie.

Prenons d'abord la dernière de ces intégrales triples et supposons

$$\iiint u dx' dy' dz' = W$$

nous aurons

$$\iiint \frac{du}{dz'} dx' dy' dz' = \frac{dW}{dz'} = - \frac{dW}{dz}$$

et

$$V = - \left\{ \frac{dW}{dx} \cos \alpha + \frac{dW}{dy} \cos \beta + \frac{dW}{dz} \cos \gamma \right\}.$$

Ainsi pour trouver V il ne nous reste qu'à intégrer l'expression

$$\iiint u dx' dy' dz'.$$

Cette intégrale est trouvée depuis longtemps pour la loi d'attraction newtonienne, si l'on accepte d'après Coulomb $\varphi \varrho = \frac{1}{\varrho^2}$ et, par conséquent, $u = -\frac{1}{\varrho}$; mais pour plus de généralité, je suppose que les attractions et les répulsions magnétiques agissent en raison inverse de la puissance $n^{\text{ième}}$ des distances, n étant une constante à déterminer. Je ferai voir dans la suite, uniquement par des considérations analytiques, que la loi newtonienne est la seule qui convienne aux actions magnétiques.

§ 5. Supposant $u = -\frac{1}{\varrho^n}$, et effectuant l'intégration

de l'expression de $\frac{dW}{dz'}$ par rapport à z' , depuis $z' = -Z$ jusqu'à $z' = +Z$, nous aurons

$$-\frac{dW}{dz} = \int \int \frac{dx' dy'}{\{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-Z)^2\}^{\frac{n}{2}}} - \\ - \int \int \frac{dx' dy'}{\{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+Z)^2\}^{\frac{n}{2}}}$$

Or, les intégrales précédentes doivent être étendues jusqu'à la surface de la sphère magnétique; par conséquent x', y', Z seront les coordonnées du point d'intersection de cette surface avec la coordonnée Z . On peut les remplacer par les coordonnées polaires r', θ', ψ' , où θ' est l'angle que le rayon de la sphère magnétique, mené au point x', y', Z , fait avec l'axe des z , et ψ' l'angle compris entre le plan de ces deux droites et le plan des x et des z . Le produit $dx' dy'$ est la projection sur le plan des x et des y d'un élément de la surface de la sphère magnétique: l'aire de cet élément sera $r'^2 \sin \theta' d\theta' d\psi'$, son inclinaison sur le plan des x et des y sera l'angle θ' , il en résultera

$$dx' dy' = r'^2 \cos \theta' \sin \theta' d\theta' d\psi';$$

on aura en même temps

$$Z = r' \cos \theta', x' = r' \sin \theta' \cos \psi', y' = r' \sin \theta' \sin \psi'.$$

Les deux intégrales doubles dans l'expression de $\frac{dW}{dz}$

s'étendront à tous les élémens de la demi-surface de la sphère magnétique dont le rayon est r' , ainsi, après la substitution des coordonnées polaires, les limites de ces intégrales seront $\theta' = 0$, $\psi' = 0$ et $\theta' = \frac{1}{2}\pi$, $\psi' = 2\pi$. Mais nous pourrions réunir les intégrales des deux expressions de $\frac{dW}{dz}$ en une seule, dont les limites seront $\theta' = 0$, $\psi' = 0$ et $\theta' = \pi$, $\psi' = 2\pi$; et si l'on fait

$$z = r \cos \theta, x = r \sin \theta \cos \psi, y = r \sin \theta \sin \psi,$$

où r est la distance du point x, y, z , pris sur la surface de la terre dans le lieu d'observation, au centre de la sphère magnétique; θ , l'angle que fait avec l'axe des x la projection de r sur le plan des x et des y , on aura

$$-\frac{dW}{dz} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{r'^2 \cos \theta' \sin \theta' d\theta' d\psi'}{\left\{ r^2 + r'^2 - 2rr'(\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\psi' - \psi)) \right\}^{\frac{n}{2}}}$$

et faisant $k = \frac{2rr'}{r^2 + r'^2}$ et $\psi' - \psi = \omega$, on trouvera

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{r'^2}{(r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta' \sin \theta' d\theta' d\omega}{(1 - k(\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \omega))^{\frac{n}{2}}},$$

puis réduisant cette expression en série ordonnée par rapport aux puissances de k , on aura

$$\begin{aligned}
-\frac{dW}{dz} = & \frac{r'^2}{(r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}}} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \cos \theta' \sin \theta' d\theta' d\omega \left\{ 1 + \frac{n}{2} k (\cos \theta \sin \theta' + \right. \\
& \left. \sin \theta \sin \theta' \cos \omega) \right. \\
& + \frac{n(n+2)}{2 \cdot 4} k^2 (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \omega)^2 \\
& + \frac{n(n+2)(n+4)}{2 \cdot 4 \cdot 6} k^3 (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \omega)^3 \\
& + \text{etc.} \dots
\end{aligned}$$

En vertu des intégrales suivantes

$$\int_0^{2\pi} \cos^{2i+1} \omega \cdot d\omega = 0$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^{2i} d\omega = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2i-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2i} \cdot 2\pi$$

$$\int_0^\pi \cos^{2i+1} \theta' \sin^m \theta' d\theta' = 0$$

$$\int_0^\pi \cos^{2i} \theta' \sin^{2q+1} \theta' d\theta' = \frac{2q \cdot 2(q-1) \dots 2}{(2i+1)(2i+3) \dots (2i+2q-1)} \cdot \frac{2}{2i+2q+1}$$

on aura

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \omega)^{2q} \cos \theta' \sin \theta' d\theta' d\omega = 0$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} (\cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos \omega)^{2q+1} \cos \theta' \sin \theta' d\theta' d\omega =$$

$$= \frac{4\pi}{2q+3} \cos \theta$$

au moyen de quoi l'expression de $-\frac{dW}{dz}$ deviendra

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi r'^2 \cos \theta}{(r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}}} \left\{ \frac{n}{2} \cdot \frac{k}{3} + \frac{n(n+2)(n+4)}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{k^3}{5} + \right. \\ \left. + \frac{n(n+2)(n+4)(n+6)(n+8)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \frac{k^5}{7} + \text{etc.} \right\}$$

ou

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{\pi \cos \theta}{r^2 (r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}-2}} \left\{ \frac{n}{2} \cdot \frac{k^3}{3} + \frac{n(n+2)(n+4)}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{k^5}{5} + \right. \\ \left. + \frac{n(n+2)(n+4)(n+6)(n+8)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10} \frac{k^7}{7} + \text{etc.} \right\}.$$

On peut donner à cette série une forme finie, car nous aurons d'abord

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{\pi \cos \theta}{2r^2 (r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}-2}} \int_{-k}^{+k} \frac{k dk}{(1-k)^{\frac{n}{2}}} = \\ = \frac{\pi \cos \theta}{2r^2 (r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}-2}} \left[\int_{-k}^{+k} \frac{dk}{(1-k)^{\frac{n}{2}}} - \int_{-k}^{+k} \frac{dk}{(1-k)^{\frac{n}{2}-1}} \right]$$

ce qui nous donnera

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{\pi \cos \theta}{r^2 (r^2 + r'^2)^{\frac{n}{2}-2}} \left\{ \frac{1}{n-2} \left(\frac{1}{(1-k)^{\frac{n}{2}-1}} - \frac{1}{(1+k)^{\frac{n}{2}-1}} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{n-4} \left(\frac{1}{(1-k)^{\frac{n}{2}-2}} - \frac{1}{(1+k)^{\frac{n}{2}-2}} \right) \right\}$$

ou bien

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{\pi \cos \theta}{(n-2)(n-4)} \cdot \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{(n-2)k-2}{(1-k)^{\frac{n}{2}-1}} + \frac{(n-2)k+2}{(1+k)^{\frac{n}{2}-1}} \right\} \cdot \frac{1}{(r^2+r'^2)^{\frac{n}{2}-2}},$$

ou enfin

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{2\pi \cos \theta}{(n-2)(n-4)} \cdot \frac{1}{r^2} \left\{ \frac{nr r' - (r+r')^2}{(r-r')^{n-2}} + \frac{nr r' + (r-r')^2}{(r+r')^{n-2}} \right\}.$$

On peut développer cette expression de $\frac{dW}{dz}$ dans une autre

série fort remarquable suivant les puissances de $\frac{r'}{r}$, et en

observant que

$$(n-2) \frac{n+p}{p+3} - \frac{(n+p)(n+p+1)}{(p+3)(p+4)} - 1 = (n-4) \frac{n+p+1}{p+4}$$

on conclut

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi r'^3 \cos \theta}{r^{n+1}} \left\{ \frac{n}{3} + \frac{(n-1)n(n+2)}{2 \cdot 3 \cdot 5} \left(\frac{r'}{r}\right)^2 + \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} \left(\frac{r'}{r}\right)^4 + \text{etc.} \right\} \dots (I).$$

De la même manière on peut développer l'expression de $\frac{dW}{dz}$

suivant les puissances de $\frac{r}{r'}$ dans une série qui donnera pour

n pair

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi r \cos \theta}{r'^{n-1}} \left\{ \frac{n}{3} + \frac{(n-1)n(n+2)}{2 \cdot 3 \cdot 5} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{(n-1)n(n+1)(n+2)(n+4)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} \left(\frac{r}{r'}\right)^4 + \text{etc.} \right\} \dots (\text{II})$$

et pour n impair

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi \cos \theta}{(n-2)(n-4)} \cdot \frac{1}{r^2 r'^{n-4}} \left\{ 1 - \frac{(n-4)(n-1)}{1 \cdot 2} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 - \right. \\ \left. - \frac{(n-4)(n-2)(n-1)(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} 3 \left(\frac{r}{r'}\right)^4 - \right. \\ \left. - \frac{(n-4)(n-2)(n-1)n(n+1)(n+3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} 5 \left(\frac{r}{r'}\right)^6 - \text{etc.} \right\} \dots (\text{III})$$

§ 6. Maintenant, si l'on fait $n=1$, les séries (I) et (III) donneront

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi \cos \theta \cdot r'^3}{3r^2}$$

mais si $n > 1$ on aura

pour $n=2$ de la série (II)

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{8\pi r \cos \theta}{r'} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{2}{3 \cdot 5} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 + \frac{3}{5 \cdot 7} \left(\frac{r}{r'}\right)^4 + \text{etc.} \right\}$$

pour $n=3$ de la série (III)

$$-\frac{dW}{dz} = -\frac{4\pi r' \cos \theta}{r^2} \left\{ 1 + \left(\frac{r}{r'}\right)^2 + \left(\frac{r}{r'}\right)^4 + \left(\frac{r}{r'}\right)^6 + \text{etc.} \right\}$$

pour $n=4$ de la série (II)

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{8\pi r \cos \theta}{r'^3} \left\{ \frac{2}{3} + \frac{2.3}{5} \left(\frac{r}{r'}\right)^2 + \frac{3.4}{7} \left(\frac{r}{r'}\right)^4 + \text{etc.} \right\}$$

pour $n=5$ de la série (III)

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi \cos \theta}{3r^2 r'} \left\{ 1 - 2 \left(\frac{r}{r'}\right)^2 - 3.3 \left(\frac{r}{r'}\right)^4 - 4.5 \left(\frac{r}{r'}\right)^6 - \text{etc.} \right\}$$

etc. etc. etc.

D'où l'on verra bien clairement que la supposition de $n=1$ peut seule convenir aux actions magnétiques, car faisant $r'=0$ on aura,

$$\text{pour } n=1, -\frac{dW}{dz} = 0$$

ce qui doit être, et

$$\text{pour } n=2 \text{ on aura } -\frac{dW}{dz} = \infty$$

$$\text{pour } n=3 \text{ — — — } -\frac{dW}{dz} = 0 - \infty$$

$$\text{pour } n=4, 5, 6, 7 \text{ etc. — } -\frac{dW}{dz} = \pm \infty$$

ce qui est absurde, parce qu'il ne peut exister aucune action magnétique si $r'=0$.

Ces considérations nous ont conduit à la loi newtonienne des attractions et des répulsions magnétiques; car, ayant prouvé que la quantité que nous avons désignée précédemment par n ne peut être plus grande que l'unité, nous devons accepter

$$u = -\frac{1}{\rho} \text{ et } \varphi \rho = \frac{1}{\rho^2}$$

c'est à dire que les actions magnétiques sont en raison inverse des distances. Ainsi, en observant qu'on a $\cos \theta = \frac{z}{r}$, nous aurons enfin

$$-\frac{dW}{dz} = \frac{4\pi r'^3 z}{3r^3},$$

et de la même manière nous trouverons

$$-\frac{dW}{dx} = \frac{4\pi r'^3 x}{3r^3}$$

$$-\frac{dW}{dy} = \frac{4\pi r'^3 y}{3r^3}$$

par conséquent

$$V = \frac{4\pi r'^3}{3r^3} (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)$$

d'où l'on trouvera bien facilement

$$A = -\frac{4\pi\mu pr'^3}{r^3} \left(\frac{x}{r} \cos\alpha + \frac{y}{r} \cos\beta + \frac{z}{r} \cos\gamma \right) \frac{x}{r} + \frac{4\pi\mu pr'^3}{3r^3} \cos\alpha$$

$$B = -\frac{4\pi\mu pr'^3}{r^3} \left(\frac{x}{r} \cos\alpha + \frac{y}{r} \cos\beta + \frac{z}{r} \cos\gamma \right) \frac{y}{r} + \frac{4\pi\mu pr'^3}{3r^3} \cos\beta$$

$$C = -\frac{4\pi\mu pr'^3}{r^3} \left(\frac{x}{r} \cos\alpha + \frac{y}{r} \cos\beta + \frac{z}{r} \cos\gamma \right) \frac{z}{r} + \frac{4\pi\mu pr'^3}{3r^3} \cos\gamma$$

Désignons par a, b, c les angles que fait la direction de la ligne r avec les trois axes des coordonnées x, y, z et appelons N l'angle compris entre r et l'axe magnétique excentrique nous aurons

$$\cos N = \cos a \cos \alpha + \cos b \cos \beta + \cos c \cos \gamma,$$

par conséquent

$$A = -\frac{4\pi\mu pr'^3}{r^3} \left(\cos N \cos a - \frac{1}{3} \cos \alpha \right)$$

$$B = -\frac{4\pi\mu pr'^3}{r^3} \left(\cos N \cos b - \frac{1}{3} \cos \beta \right)$$

$$C = -\frac{4\pi\mu pr'^3}{r^3} \left(\cos N \cos c - \frac{1}{3} \cos \gamma \right).$$

§ 7. Supposons encore que F soit la force totale de l'intensité magnétique du globe, au lieu déterminé par les coordonnées x, y, z , et que la direction de cette force fasse avec les directions des coordonnées les angles X, Y, Z , nous aurons

$$A = F \cos X = -\frac{hr'^3}{r^3} \left(\cos N \cos a - \frac{1}{3} \cos \alpha \right)$$

$$B = F \cos Y = -\frac{hr'^3}{r^3} \left(\cos N \cos b - \frac{1}{3} \cos \beta \right)$$

$$C = F \cos Z = -\frac{hr'^3}{r^3} \left(\cos N \cos c - \frac{1}{3} \cos \gamma \right),$$

où l'on a fait pour abréger $h = 4\pi \mu p$. Ces équations nous donneront

$$F^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{hr'^3}{r^3} \right)^2 \left(\cos^2 N + \frac{1}{3} \right)$$

$$F (\cos X \cos \alpha + \cos Y \cos \beta + \cos Z \cos \gamma) = -\frac{hr'^3}{r^3} \left(\cos^2 N - \frac{1}{3} \right)$$

$$F (\cos X \cos a + \cos Y \cos b + \cos Z \cos c) = -\frac{2hr'^3}{3r^3} \cos N.$$

On voit que le facteur de F dans la seconde de ces équations est égal au cosinus de l'angle que la direction de l'aiguille aimantée fait avec la ligne menée par le point x, y, z parallèlement aux axes magnétiques et que le facteur de F , dans la troisième équation, est égal au cosinus de l'angle compris entre la direction de l'aiguille aimantée et la ligne r . Appelons U le premier et $90^\circ + i$ le second de ces deux angles nous aurons

$$\begin{aligned} \cos U &= \cos X \cos \alpha + \cos Y \cos \beta + \cos Z \cos \gamma \\ -\sin i &= \cos X \cos a + \cos Y \cos b + \cos Z \cos c \end{aligned}$$

ainsi les trois dernières équations deviendront

$$F^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{hr'^3}{r^3} \right) (\cos^2 N + \frac{1}{3})$$

$$F \cos U = - \frac{hr'^3}{r^3} (\cos^2 N - \frac{1}{3})$$

$$F \sin i = \frac{2hr'^3}{3r^3} \cos N$$

d'où l'on tire

$$\frac{hr'^3}{3r^3} = F \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 i}$$

et

$$\sin i = 2 \cos N \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 i}$$

$$\cos i = \sin N \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 i}$$

$$\tan i = 2 \cot N.$$

Ces diverses équations nous donneront encore

$$\cos U = \sin (N - i)$$

c'est à dire

$$U = 90^\circ + i - N$$

Ce qui prouve que la direction de l'aiguille aimantée, celle de

l'axe magnétique mené par le lieu de suspension de l'aiguille à la surface de la terre, et la ligne r se trouvent dans le même plan. Cela veut dire que le prolongement de l'aiguille aimantée doit toujours couper l'axe magnétique mené par le centre de la sphère magnétique intérieure.

SECONDE SECTION.

OBSERVATIONS.

§ 8. Pour comparer aux observations les formules que nous avons données plus haut, il faut déterminer la position des plans des coordonnées. Supposons, pour cette fois, que l'axe des z coïncide avec la ligne r qui joint le lieu d'observation à l'origine des coordonnées, toujours fixé au centre de la sphère magnétique, et que le plan des x et des z soit parallèle à l'axe de la terre; les autres plans et les autres axes des coordonnées seront fixés d'eux-mêmes. Outre cela nommons δ l'angle compris entre le plan des x et des z et le plan mené par la direction de la ligne r et par celle de l'aiguille aimantée.

Cela posé nous aurons $\alpha = 90^\circ$, $\delta = 90^\circ$, $\epsilon = 0^\circ$, $\eta = 0^\circ$ et $KY = \beta$, $KZ = \gamma$. Si l'axe des z coïncide avec la ligne r nous aurons $X = \cos i \cos d$, $Y = \cos i \sin d$, $Z = \sin i$ et par conséquent $PZ = 90^\circ - i$, $PK = K$ et l'angle ZPK sera $90^\circ - d$.

Cela posé, les triangles sphériques XPK , YPK et ZPK nous donneront

$$F \cos i \cos d = \frac{h^2}{3r^2} \cos \alpha$$

$$F \cos i \sin d = \frac{h^2}{3r^2} \cos \delta$$

$$F \sin i = \frac{h^2}{3r^2} \cos \gamma$$

l'axe magnétique mené par le lieu de suspension de l'aiguille à la surface de la terre, et la ligne r se trouvent dans le même plan. Cela veut dire que le prolongement de l'aiguille aimantée doit toujours couper l'axe magnétique mené par le centre de la sphère

SECONDE SECTION.

COMPARAISON DE LA THÉORIE PRÉCÉDENTE AVEC LES OBSERVATIONS.

§ 8. Pour comparer aux observations les formules que nous avons données plus haut, il faut déterminer la position des plans des coordonnées. Supposons, pour cette fois, que l'axe des z coïncide avec la ligne r qui joint le lieu d'observation à l'origine des coordonnées, toujours fixé au centre de la sphère magnétique, et que le plan des x et des z soit parallèle à l'axe de la terre: les autres plans et les autres axes des coordonnées seront fixés d'eux mêmes. Outre cela nommons d l'angle compris entre le plan des x et des z et le plan mené par la direction de la ligne r et par celle de l'aiguille aimantée.

Cela posé nous aurons $a = 90^\circ$, $b = 90^\circ$, $c = 0$, $N = \gamma$ et

$$\cos X = \cos i \cos d, \quad \cos Y = \cos i \sin d, \quad \cos Z = -\sin i$$

par conséquent

$$F \cos i \cos d = \frac{hr'^3}{3r^3} \cos \alpha$$

$$F \cos i \sin d = \frac{hr'^3}{3r^3} \cos \beta$$

$$F \sin i = \frac{2hr'^3}{3r^3} \cos \gamma.$$

En mettant au lieu de $F \cos i$ et de $F \sin i$ leurs valeurs, au moyen des équations trouvées plus haut

$$F \cos i = \frac{hr'^3}{3r^3} \sin N$$

$$F \sin i = \frac{2hr'^3}{3r^3} \cos N,$$

on aura

$$\sin N \cos d = \cos \alpha$$

$$\sin N \sin d = \cos \beta$$

$$\cos N = \cos \gamma.$$

§ 9. Menons par le centre C (fig. 1) de la sphère magnétique une ligne parallèle à l'axe du monde et supposons que cette ligne coupe la sphère magnétique au point P . Soient K et X, Y, Z les intersections de la même sphère avec l'axe magnétique excentrique et avec les axes des coordonnées x, y, z : nous aurons $KX = \alpha$, $KY = \beta$, $KZ = \gamma$. Si l'axe des z coïncide avec la ligne r l'angle KZP sera d et ZK , étant $= \gamma$, sera en même temps $= N$. Supposons de plus $PZ = 90^\circ - \varphi$, $PK = k$ et l'angle $ZPK = \omega$. Cela posé, les triangles sphériques $XP K$, $YP K$ et ZPK nous donneront

$$\cos \alpha = \cos \varphi \cos k - \sin \varphi \sin k \cos \omega$$

$$\cos \beta = \sin k \sin \omega$$

$$\cos \gamma = \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega$$

et par conséquent

$$\sin N \cos d = \cos \varphi \cos k - \sin \varphi \sin k \cos \omega$$

$$\sin N \sin d = \sin k \sin \omega$$

$$\cos N = \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega$$

Si la sphère du noyau magnétique était concentrique avec le globe terrestre, φ serait alors la latitude géographique du lieu de l'observation, i l'inclinaison de l'aiguille aimantée, d sa déclinaison et N serait le complément de la latitude magnétique à 90° , que l'on pourrait déterminer par l'équation

$$\cot N = \frac{1}{2} \tan i.$$

C'est la formule donnée par Bowdich. Elle résulte donc de l'hypothèse qu'il se trouve dans l'intérieur de la terre un aimant sphérique concentrique avec le globe terrestre quel que soit le demi-diamètre de la sphère magnétique. Elle était tout-à-fait empirique et je l'ai démontré pour la première fois dans mon mémoire sur le magnétisme terrestre.

§ 10. C'était la seule formule mathématique qu'on employât dans les recherches sur le magnétisme terrestre, surtout pour tracer l'équateur magnétique sur la surface de la terre. On croit généralement que cette relation de la tangente de la latitude magnétique à celle de l'inclinaison de l'aiguille satisfait aux observations quand l'inclinaison ne dépasse pas 30° , et qu'elle est absolument en défaut dans les régions où l'inclinaison se

trouve plus grande. Pour voir combien cet accord est satisfaisant nous allons appliquer aux observations les formules

$$\sin N \cos d = \cos \varphi \cos k - \sin \varphi \sin k \cos \omega$$

$$\sin N \sin d = \sin k \sin \omega$$

$$\cos N = \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega,$$

dont la relation de Bowdich n'est qu'une conséquence mathématique, et comme elle est le résultat des mêmes principes, elle doit s'accorder avec les observations en même temps que les équations précédentes.

Pour voir jusqu'à quel point cet accord est satisfaisant, prenons les observations faites dans la campagne de la corvette *la Coquille* par Mr. Duperrey dans la voisinage de la ligne sans inclinaison qu'on appelle improprement *équateur magnétique* et, au moyen des formules précédentes, transformées en celles-ci:

$$\cos k = \cos N \sin \varphi + \sin N \cos \varphi \cos d$$

$$\cos \omega \sin k = \cos N \cos \varphi - \sin N \sin \varphi \cos d$$

$$\sin \omega \sin k = \sin N \sin d,$$

ou bien

$$\cos k = \frac{\cos N \sin (\varphi + x)}{\cos x}$$

$$\cos \omega \sin k = \frac{\cos N \cos (\varphi + x)}{\cos x}$$

$$\sin \omega \sin k = \sin N \sin d$$

où $\cot N = \frac{1}{2} \tan i$ et $\tan x = \tan N \cos d = 2 \cot i \cos d$, on trouvera les valeurs suivantes pour k et ω :

O b s e r v a t i o n s.					Résultats du calcul			
Parages où les inclinaisons ont été observées.	Latitude géographique.	Long. géog. du Merid. de Paris.	Déclinaison magnétique.	Inclin. magnét.	Latitude magnét. 90—N	k	ω	
Océant Atlant. équinox	12 55 12 N	27. 4.170	8. 0 NO	—0 11,0	—0 5.30	15 1420	148	1 43 O
— — — — —	13. 24. 40 —	27.12 55	8. 0 —	—0. 51,3	—0.25.39	15.56.56	149.34.15	—
Grand Océan équinox	7. 43. 7 S	83.46.34	8.23 NE	—0. 1,4	—0. 0.42	11.22. 8	47.42.23 E	—
— — — — —	6. 22. 46 —	86. 3.23	10.48 —	—0. 51,3	—0.25.39	12.18.36	61.30.23 —	—
En vue de l'île Hall.	0. 52. 55 N	170.38.55 E	8.40 —	—0. 31,5	—0.15.45	8.44.30	97.29.10 —	—
— — — — —	6. 48. 37 —	145. 2.36	3.30 —	+0. 3,7	+0. 1.51	7.37.43	152.37.20 —	—
— — — — —	6. 50. 38 —	144.59. 7	3.30 —	+0. 16,2	+0. 8. 6	7.33.50	152.22. 7 —	—
Océan Atl. équinox	9. 43. 48 S	14.13.31 O	18.20 NO	+0. 1,9	—0. 0.57	20.41. 4	62.54.40 O	—

On voit dans ce tableau que chaque observation donne une longitude différente du pôle magnétique et que sa distance au pôle de l'équateur terrestre k n'est pas la même partout : on peut donc conclure de là que ni les trois dernières formules, ni la relation de Bowdich ne s'accordent même avec les observations faites tout près de la ligne sans inclinaison. On peut dire que cette discordance n'est pas plus grande dans les régions où l'inclinaison est très grande, ce qu'on verra dans le tableau suivant :

O b s e r v a t i o n s.					Résultats du calcul.		
Noms des lieux.	Latitudes géograph.	Longitudes orientales.	Déclinaison magn.	Inclin. magnét.	N	k	ω
Paris.	48. 50 14 N	0 00 00	22 12 NO	+67.41,0	39 23 2	14 2420	74 30 30 O
Christiania.	59. 55. 20	8.24 31	19.45 —	+72.16,2	32.35.47	10.31.57	95.11. 6 —
Stockholm.	59. 20. 30	15.43.20	14.57 —	+71.39,6	33.32.38	8.25,47	103.30.37 —
St. Pétersbourg.	59. 56. 23	27.57.28	6.41 —	+71.14,6	34.11.00	5.26.15	136.22.10 —
Moscou.	55. 45. 10	35.17.54	3. 2 —	+69.00,0	37.30.52	3.42.54	150.10.51 —
Doskino.	56. 13. 40	41.14.12	0.16 —	+68.52,4	37.41.46	3.55.44	177.33.16 —
Nij. Novgorod.	56. 19. 43	41.36.40	0.40 NE	+68.38,3	38. 2.00	4.22.52	174.36.47 E
Kazan.	55. 47. 50	46.46.10	2.22 —	+68.52,3	38.20.33	4.22.10	160.21. 7 —
Perm.	58. 1. 13	53.53.32	6.15 —	+70. 5,2	35.55.22	5.15.37	135.51.16 —
Catherinebourg.	56. 50. 36	58.13.49	6.56 —	+69.33,0	36.42.55	5.19.55	128.58.58 —
Bogoslowsk.	59. 49. 12	58. 5. 6	9. 9 —	+71.29,7	33.47.55	6. 2.26	122.47.41 —
Tobolsk.	58. 11. 42	65.55.41	9.53 —	+70.59,8	34.33.30	6. 3.39	112.46.20 —
Tomsk.	56. 29. 36	82.48.36	8.35 —	+70.53,7	34.42.50	4.57.30	100.29.35 —
Krasnoyarsk.	56. 1. 00	90.36.55	6.42 —	+70.54,2	34.42. 3	3.50.46	97.58. 8 —
Irkoutsk.	52. 16. 42	101.59.30	1.51 —	+68. 9,7	38.42.45	1.27.49	130. 9.47 —
Arsentchewsk.	51. 16. 00	104.35.25	0.10 —	+67.24,8	39.45.30	1. 1.53	174. 3.59 —
Iakoutsk.	62. 1. 50	127.24.35	6. 3 NO	+74.23,8	29.11.22	3. 8. 8	110. 5. 3 O

§ 11. Quant à l'accord que Mr. Biot a trouvé en calculant la longitude du noeud de l'équateur magnétique et son inclinaison à l'équateur terrestre (*), je pense que cet accord n'est qu'accidentel, parce que Mr. Biot a combiné les observations faites dans un espace de plus de 50 ans, sans faire attention que, pendant ce laps de temps, le noeud de la ligne sans inclinaison doit parcourir sur l'équateur terrestre un arc de plus de 15° , à cause de son mouvement de translation d'orient en occident. D'ailleurs ayant accepté ces élémens, Mr. Biot a trouvé lui même que les inclinaisons calculées par la formule de Bowdich, étant en accord suffisant (pour l'état actuel de nos connaissances par rapport à la théorie du magnétisme terrestre) avec les observations faites en Europe et dans l'océan Atlantique, sont totalement en défaut dans l'Asie orientale. J'ai trouvé pour la longitude du noeud et pour l'inclinaison de l'équateur magnétique d'autres valeurs dont l'accord avec les observations embrasse toute l'Europe, toute l'Asie septentrionale et quelques contrées de l'Amérique australe, mais aussi-tôt qu'on calcule les inclinaisons magnétiques pour les régions équinoxiales on trouve qu'elles diffèrent des inclinaisons observées, et cette différence monte quelquefois jusqu'à 11° (**). Cela prouve que tous ces accords ne sont que partiels et qu'on ne peut pas admettre l'hypothèse d'une seule sphère magnétique concentrique avec le globe terrestre, mais en même temps, il est évident que cette hypothèse n'est pas trop éloignée de la vérité.

(*) Traité de Physique expérimentale et mathématique par J. B. Biot
1816 Tome III. page 150.

(**) Voir la note 1.

§ 12. Après avoir démontré l'impossibilité d'accorder avec les observations l'hypothèse de la coïncidence du centre de la sphère magnétique avec celui de la terre, il est naturel, dans l'ordre de nos recherches, de discuter le cas où la sphère magnétique n'est pas concentrique avec le globe terrestre. L'équation la plus propre à déterminer la position du centre de la sphère magnétique est celle-ci:

$$\frac{hr'^3}{3r^3} = F(1 - \frac{3}{4}\sin^2 i)^{\frac{1}{2}},$$

parce que l'intensité de la force magnétique F est la seule qui soit donnée par les observations; la quantité $\frac{hr'^3}{3}$ est constante;

r , étant la distance du lieu d'observation au centre de la sphère magnétique, peut être remplacé par d'autres quantités dont les unes sont constantes et les autres données. En effet si l'on suppose que e soit la distance du centre de la sphère magnétique au centre de la terre, et C l'angle compris entre cette distance et le rayon de la terre mené au lieu d'observation, et si l'on fait ce rayon égal à l'unité, on aura

$$r^2 = 1 + e^2 - 2e \cos C,$$

et $\cos C = \sin \varphi \cos \pi + \cos \varphi \sin \pi \cos (\psi - \lambda),$

où φ et λ sont la latitude et la longitude géographiques du lieu d'observation, et π et ψ la distance au pôle de l'équateur terrestre et la longitude du point où le rayon terrestre, mené par le centre de la sphère magnétique, coupe la surface de la terre.

Il ne me reste qu'à qualifier l'angle i . Cet angle n'est pas l'inclinaison magnétique que nous désignerons par J , mais il lui est analogue; parce que $90^\circ - i$ et $90^\circ - J$ sont les angles que fait la direction de l'aiguille aimantée avec les lignes menées du lieu de sa suspension respectivement vers le centre de la sphère magnétique et vers celui de la terre, de sorte que $i = J$ lorsque la distance de ces deux centres e devient zéro. Par cette raison j'appelle i l'inclinaison excentrique pour la distinguer de l'inclinaison observée J , à laquelle on peut donner la dénomination d'inclinaison géocentrique ou vraie.

§ 13. Il est possible qu'il se trouve dans l'intérieur de la terre plusieurs aimants d'une figure irrégulière, alors il serait impossible de soumettre immédiatement au calcul leurs actions magnétiques. Mais on peut toujours imaginer une sphère dont l'effet soit d'exercer sur une aiguille une action égale à la somme des actions de tous les aimans intérieurs. Je donnerai à cette sphère aimantée fictive le nom de *sphère magnétique équivalente* ou plus simplement celui de *sphère équivalente*. Je la supposerai pleine et d'un diamètre indéterminé mais constant (*). Cette supposition ramène à l'hypothèse d'une sphère excentrique et conduit à la formule

$$\frac{hr'^3}{3r^3} = F(1 - \frac{3}{4}\sin^2 i)^{\frac{1}{2}}$$

où $r^2 = 1 + e^2 - 2e \cos C$
et $\cos C = \sin \varphi \cos \pi + \cos \varphi \sin \pi \cos(\psi - \lambda)$.

(*) Cette supposition est de la même nature que celle que fit Dominique Cassini quand il imagina, pour déterminer la réfraction astronomique, une atmosphère d'une densité constante et moyenne dont la hauteur indéterminée devait être trouvée par des observations.

Si la sphère équivalente est concentrique avec le globe terrestre on aura $e = 0$, $i = J$, $r = 1$ et la formule précédente deviendra

$$\frac{1}{3} h r'^3 = F(1 - \frac{3}{4} \sin^2 J)^{\frac{1}{2}},$$

où $\frac{1}{3} h r'^3$ doit être une quantité constante. Pour voir comment cette dernière équation s'accorde avec les observations j'ai calculé le tableau suivant:

Noms des lieux.	Longitudes orientales.	Latitudes.	Inclinaisons.	Intensités.	$\frac{1}{3} h r'^3$
	° ' "	° ' "	° ' "		
Paris.	0 0 0	48.50.14	67.41. 0	1,3480	0,8067120
Christiania.	8.24.31	59.55.20	72.16.12	1,4155	0,8001700
Stockholm.	15.43.20	59.20.30	71.39.36	1,3861	0,7892927
S. Pétersb.	27.57.28	59.56.23	71.14.36	1,4105	0,8072516
Moscou.	35.17.54	55.45.10	69.00.00	1,4045	0,8265054
Doskino.	41.14.12	56.13.40	68.52.24	1,4339	0,8451902
Nij. Novg.	41.36.40	56.19.43	68.38.20	1,4254	0,8426824
Kazan.	46.46.10	55.47.50	68.25.20	1,4327	0,8493358
Perm.	53.53.32	58. 1.13	70. 5.15	1,4914	0,8657788
Cathérineb.	58.13.49	56.50.36	69.33.00	1,5232	0,8901990
Bogoslowsk	58. 5. 6	59.49.12	71.29.40	1,5165	0,8652764
Tobolsk.	65.55.41	58.11.42	70.59.50	1,5570	0,8937744
Tomsk.	82.48.36	56.29.36	70.53.40	1,6190	0,9365356
Krasnoyars	90.36.55	56. 1.00	70.54.10	1,6573	0,9524522
Irkoutsk.	101.59.30	52.16.42	68. 9.40	1,6395	0,9751744
Arsentch.	104.35.25	51.16.00	67.24.50	1,6427	0,9917557
Troïz.Savsk	104. 8.00	50.21. 5	66.17.20	1,6348	0,9961152
Kirensk.	105.44.	57.47.18	73. 8.40	1,6966	0,9492740
Jerbinsk.	113.55.	60.28. 1	74.16.50	1,7019	0,9399835
Olekminsk.	117.13.	60.22.24	74.14.49	1,7159	0,9480730

Noms des lieux.	Longitudes orientales.	Latitudes.	Inclinaisons.	Intensités.	$\frac{1}{3} h r'^3$
	° ' "	° ' "	° ' "		
Jakoutsk.	127.24.35	62. 1.50	74.23.50	1,7043	0,9400835
Okhotsk.	140.51.10	59.21.29	70.40.50	1,6149	0,9306202
Port St Pier- re et Paul.	156.19.48	53. 0.27	63.50.30	1,4888	0,9366002
Sitka.	222.14.20	57. 2.44	75.43.15	1,7260	0,9277096
Taïti.	208. 3.49	-17.29.10	-30.29.34	1,1716	1,0527756
Gr. Océan.	211.17.36	+53.34.35	+71. 5.30	1,5840	0,9082256
Gr. Océan.	212.38.36	-11.13. 5	-18.18.00	1,0810	1,0402660
Gr. Océan.	211.38.16	-14.54.40	-24.54.15	1,1208	1,0436111
Gr. Océan.	211. 4.11	-29. 3.50	-45.26.30	1,3283	1,0452452
Gr. Océan.	212.14.31	-32.22.20	-49. 7. 5	1,3462	1,0174995
Gr. Océan.	233. 7.56	+39.12.20	+63.40.00	1,5280	0,9634625
Gr. Océan.	233.27. 6	+ 4.35.00	+13. 2.35	1,0488	1,0285605
Gr. Océan.	218.41. 6	+55.33.10	+75.33. 5	1,6395	0,8930260
Gr. Océan.	219.28.11	- 1.48.20	+ 0. 3.45	1,0089	1,0088995
Gr. Océan.	219.38.16	-44.24.25	-61. 4.15	1,5155	0,9885600

§ 14. A l'inspection de ce tableau, on voit que la valeur de $\frac{1}{3} h r'^3$ n'est pas constante ; mais les variations n'en sont pas très grandes ; c'est encore une preuve que le centre de la sphère équivalente, où de la sphère magnétique n'est pas très éloigné de celui de la terre. On voit aussi que, sur notre continent, la valeur de $\frac{h r'^3}{3 r^3}$ augmente et que par conséquent r diminue à mesure qu'on s'approche de l'océan oriental et de l'équateur terrestre. On peut même soupçonner que le minimum de r penche du côté de la mer pacifique australe. Le lieu de ce minimum est le point de la surface de la terre correspondant au centre de la sphère équivalente où de la sphère magnétique : sa latitude

géographique est $90^\circ - \pi$ et sa longitude est ψ ; l'arc compris entre ce point et le lieu d'observation est C .

Pour déterminer la position de ce point on peut employer la formule

$$\frac{hr'^3}{3r^3} = F(1 - \frac{3}{4} \sin^2 i)^{\frac{1}{2}}$$

que l'on peut représenter sous la forme de l'équation suivante:

$$\frac{hr'^3}{3F(1 - \frac{3}{4} \sin^2 i)^{\frac{1}{2}}} = (1 + e^2 - 2e \cos C)^{\frac{3}{2}},$$

d'où, après avoir fait pour abréger $\frac{1}{3} hr'^3 = q$, $\frac{1+e^2}{q^{\frac{2}{3}}} = u$,

$$\frac{2e}{q^{\frac{2}{3}}} \cos \pi = x, \quad \frac{2e}{q^{\frac{2}{3}}} \sin \pi \cos \psi = y, \quad \frac{2e}{q^{\frac{2}{3}}} \sin \pi \sin \psi = z,$$

on aura

$$\frac{1}{F^{\frac{2}{3}}(1 - \frac{3}{4} \sin^2 i)^{\frac{1}{2}}} = u - x \sin \varphi - y \cos \lambda \cos \varphi - z \sin \lambda \cos \varphi.$$

Dans cette équation il faut déterminer les quatre inconnues u, x, y, z . Il est vrai que l'inclinaison excentrique i n'est pas donnée, mais d'après ce que nous avons fait remarquer elle ne diffère pas de beaucoup de l'inclinaison observée ou géocentrique,

de sorte qu'on peut faire, pour la première approximation, $i = J$.
Après cette supposition, en faisant

$$\text{tang } N = 2 \cot J,$$

on aura

$$\left(\frac{\sin N}{F \cos J} \right)^2 = u - x \sin \varphi - y \cos \varphi \sin \lambda - z \cos \varphi \cos \lambda.$$

Pour déterminer les quatre inconnues de cette équation j'ai choisi les observations suivantes (*):

Noms des endroits.	Latitudes.	Longitudes orientales du méridien de Greenwich.	Inclinaisons.	Intensités.
Paris.	48°50'14"	2°20'24"	67°41'00"	1,3480
St. Pétersbourg.	59.56.00	30.19.10	71.14.35	1,4105
Tobolsk.	58.11.42	68. 5.30	70.59.52	1,5570
Irkoutsk.	52.16.42	104.11.00	68. 9.42	1,6395
Olekminsk.	60.21.54	119.30.00	74.14.49	1,7159
Okhotsk.	59 20.12	143.12.15	70.40.49	1,6149
Port de St. Franç.	37.48.38	237.52.30	62.38.13	1,5851
Taiti.	—17.29.10	210.24. 9	—30.29.30	1,1716
Rio Janeiro.	—22.54.40	316.44.35	—13.38.55	0,8791
Grand Océan.	—58.31.12	289.34.48	—61. 5.35	1,4757

(*) Lorsque j'ai fait mes calculs je n'avais pas encore lu l'ouvrage de Mr. Erman: Reise um die Erde, Nord-Asien und die beiden Océane in den Jahren 1828, 1829 und 1830. J'ai tiré les neuf dernières observations du Bulletin scientifique inséré dans les mémoires de l'Académie

Ces dix observations étant appliquées successivement à l'équation

$$\left(\frac{\sin N}{F \cos J} \right)^2 = u - x \sin \varphi - y \cos \varphi \sin \lambda - z \cos \varphi \cos \lambda,$$

fourniront les dix équations suivantes :

Paris.	$1,15395 = u - x(0,75284) - y(0,65765) - z(0,02687)$
St. Pétersb.	$1,15344 = u - x(0,86544) - y(0,43248) - z(0,25292)$
Tobolsk.	$1,07774 = u - x(0,84985) - y(0,19665) - z(0,48897)$
Irkoutsk.	$1,01691 = u - x(0,79099) + y(0,14991) - z(0,59318)$
Olekminsk.	$1,03619 = u - x(0,86919) + y(0,24349) - z(0,43037)$
Okhotsk.	$1,04910 = u - x(0,86018) + y(0,40839) - z(0,30547)$
P. St. Franç.	$0,99141 = u - x(0,61305) + y(0,42012) + z(0,66908)$
Taïti.	$0,96652 = u + x(0,30047) + y(0,82264) + z(0,48269)$
Rio Jan.	$1,10539 = u + x(0,38930) - y(0,67083) + z(0,63121)$
Gr. Océan.	$1,02594 = u + x(0,85282) - y(0,17500) + z(0,49200)$

et, en les combinant d'après la méthode des moindres carrés, on réduira ces dix équations au nombre de quatre, savoir

$$\begin{aligned} 10,00000. u - 4,05895. x - 0,08806. y + 0,17720. z - 10,57659 &= 0 \\ 4,05895. u - 5,50407. x + 0,06578. y - 2,16087. z - 4,40241 &= 0 \\ 0,08806. u + 0,06578. x - 2,24064. y - 0,07336. z - 0,34596 &= 0 \\ 0,17720. u + 2,16087. x + 0,07336. y + 2,25533. z - 0,11302 &= 0 \end{aligned}$$

des Sciences de S. Pétersbourg VI série, Sc. Math. T. I, ayant pris la moyenne entre les observations de Mr. Hansteen et Erman. Je ne possède, même à présent, que les deux premiers volumes de l'ouvrage de Mr. Erman que je viens de citer.

ou bien

$$u - 0,405895. x - 0,008806. y + 0,017720. z - 1,057659 = 0$$

$$u - 1,356033. x + 0,016206. y - 0,532372. z - 1,084618 = 0$$

$$u + 0,746991. x - 25,444470. y - 0,833068. z - 3,928685 = 0$$

$$u + 12,194527. x + 0,413995. y + 12,727596. z - 0,637810 = 0.$$

Leur solution donne les valeurs logarithmiques

$$\log. x = 8,5311728 n$$

$$\log. y = 9,0590459 n$$

$$\log. z = 7,6498215$$

$$\log. u = 0,0181885$$

d'où il résulte

$$\log. \text{tang. } \psi = 8,5907756 n$$

$$\log. \frac{2e}{q^{\frac{2}{3}}} \sin \pi = 9,0593755$$

$$\log. \frac{2e}{q^{\frac{2}{3}}} \cos \pi = 8,5311728 n$$

$$\log. \frac{1+e^2}{q^{\frac{2}{3}}} = 0,0181885,$$

ce qui nous donnera à la fin

$$\psi = 177^{\circ}.46'. 5'' \text{ E. de Greenw.}$$

$$\pi = 106. 30. 25$$

$$e = 0,05753$$

$$q = 0,94396.$$

§ 15. Pour comparer le calcul avec les observations nous aurons

$$F = \frac{q}{(1 + e^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{\sin N}{\cos J (1 - \frac{2e}{1 + e^2} \cos C)^{\frac{3}{2}}}$$

où

$$\cos C = \cos \pi \sin \varphi + \sin \pi \cos \varphi \cdot \cos (\psi - \lambda),$$

ce qu'on peut représenter sous la forme

$$F = \frac{q}{2^{\frac{3}{2}} (1 + e^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{\sin N}{\cos J \cdot \sin^{\frac{3}{2}} y},$$

où

$$\cos y = \frac{2e}{1 + e^2} \cdot \frac{\cos \pi \sin (\varphi + x)}{\cos x}$$

$$\text{tang } x = \text{tang } \pi \cdot \cos (\psi - \lambda).$$

Ces équations sont très commodes pour le calcul logarithmique ; mais elle le seront encore davantage si, après avoir substitué aux constantes q , e et π leurs valeurs numériques trouvées plus haut, on fait

$$\text{tang. } x = 3,374448 \cos (\psi - \lambda)$$

$$\cos y = 0,03258249 \frac{\sin (\varphi - x)}{\cos x}.$$

On aura alors

$$F = 0,3320261 \frac{\sin N}{\cos J \cdot \cos^{\frac{3}{2}} y}.$$

Le tableau suivant fait voir comment la théorie, que nous venons d'exposer, s'accorde avec les observations.

Noms des endroits.	Longitudes orient. du méridien de Paris	Latitudes géograph.	Inclinaisons observées.	Intensités de la force magnétique.		
				Calculées.	Observées par Erman	Observ. par Hansteen.
Paris.	0° 00'. 00"	48° 50'. 14" B	67° 41'. 00"	1,3664	1,3482	
Christiania.	8. 24. 31	59. 55. 20	72. 16. 12	1,4763	(Hum-boldt.)	1,4155
Stockholm.	15. 43. 20	59. 20. 31	71. 39. 36	1,4681		1,3861
St. Pétersbourg.	27. 57. 28	59. 56. 23	71. 14. 36	1,4773	1,4105	1,4105
Moscou.	35. 17. 54	55. 45. 10	69. 00. 00	1,4329	1,4078	1,4013
Doscino.	41. 14. 12	56. 13. 40	68. 52. 24	1,4401	1,4339	
Nijni Novgorod.	41. 36. 40	56. 19. 43	68. 38. 20	1,4366	1,4424	1,4085
Kazan.	46. 46. 10	55. 47. 50	68. 25. 20	1,4402	1,4404	1,4250
Perm.	53. 53. 32	58. 1. 13	70. 5. 15	1,4863	1,4888	1,4940
Cathérinbourg.	58. 13. 49	56. 50. 36	69. 33. 00	1,4834	1,5220	1,5245
Bogoslovsk.	58. 5. 6	59. 49. 12	71. 29. 40	1,5220	1,5236	1,5095
Tobolsk.	65. 55. 41	58. 11. 42	70. 59. 50	1,5270	1,5540	1,5601
Beresow.	62. 43. 36	63. 55. 59	74. 52. 20	1,5956	1,5802	
Obdorsk.	64. 21. 31	66. 31. 7	75. 58. 20	1,6221	1,5804	
Tomsk.	82. 48. 36	56. 49. 36	70. 53. 40	1,5630	1,6182	1,6198
Krasnoyarsk.	90. 36. 55	56. 1. 00	70. 54. 10	1,5829	1,6520	1,6626
Irkoutsk.	101. 59. 30	52. 16. 42	68. 9. 40	1,5634	1,6324	1,6466

Noms des endroits.	Longitudes orient. du mé- ridien de Paris.	Latitudes géograph.	Inclinaisons observées.	Intensités de la force magnét.		
				Calculées.	Observées par Erman	Observ. par Hansteen.
Kirensk.	105°. 44'. 00"	57°. 47'. 18" B	73°. 8'. 40"	1,6608	1,6931	1,7002
Ierbinskaya.	113. 55. 00	60. 28. 1	74. 16. 50	1,6940	1,7019	
Olekminsk.	117. 13. 00	60. 22. 24	74. 14. 49	1,7005	1,7066	1,6987
Iakoutsk.	127. 24. 00	62. 1. 50	74. 23. 50	1,7175	1,6972	1,7114
Okhotsk.	140 51. 10	59. 21 29	70. 40. 50	1,6749	1,6149	
Sitkha.	222. 14. 20	57. 2. 44	75. 43. 15	1,7629	1,7260	
Gr. Océan boreal.	233. 7. 56	39. 12. 20	63. 40. 00	1,5468	1,5280	
Port. St. François.	235. 32. 6	37. 48. 38	62. 38. 13	1,5220	1,5851	
Gr. Océan boreal.	233. 27. 6	4. 35. 00	13. 2. 35	1,0431	1,0488	
Gr. Océan austr.	219. 28. 11	1. 48. 20 A	0. 3. 43	1,0643	1,0089	
Taïti.	212. 38. 36	11. 13. 5	18. 18. 0	1,1283	1,0810	
	211. 38. 16	14. 51. 40	24. 54. 13	1,1697	1,1208	
	208. 3. 49	17. 29. 10	30. 29. 34	1,2206	1,1716	
	211. 4. 11	29. 3. 50	45. 26. 30	1,3837	1,3285	
	212. 14. 31	32. 22. 20	49. 7. 5	1,4356	1,3462	
	219. 32. 16	44. 24. 25	61. 4. 15	1,6291	1,5155	
	287. 14. 24	58. 31. 12	61. 5. 35	1,4548	1,4757	
	293. 35. 30	57. 26. 24	60. 6. 48	1,4209	1,4452	
	305. 14. 00	43. 5. 32	43. 53. 24	1,1258	1,0170	
	309. 41. 18	33. 4. 30	30. 3. 24	0,9736	0,9450	
Rio Janeiro.	314. 24. 11	22. 54. 40	13. 38. 55	0,8744	0,8791	

On voit dans ce tableau que pour la plupart des endroits, que nous avons choisis presque sur toute la surface de la terre, l'intensité trouvée par le calcul s'accorde assez bien avec les observations. Il est vrai que dans d'autres endroits les différences sont assez sensibles; mais il faut remarquer que notre méthode n'est qu'approximative: il serait étonnant de trouver un accord plus parfait, car pour déterminer la position du centre de la sphère magnétique nous avons introduit l'inclinaison observée au lieu de l'inclinaison excentrique. On pourrait corriger la position du centre de la sphère magnétique, en cherchant, au moyen de la position approximative, l'inclinaison excentrique et en l'introduisant dans le calcul. Après avoir répété plusieurs fois une pareille opération on pourrait s'approcher de plus en plus de la véritable position du centre de la sphère magnétique.

§ 16. Si l'on veut effectuer cette correction on pourra faire usage des formules suivantes. Soit T (fig. 2) le centre de la terre, C celui de la sphère magnétique, AS la direction de l'aiguille, APX le méridien du lieu de l'observation A , on aura $AT = 1$, $AC = r$, $TC = e$, $SAC = 90^\circ - i$ (i étant l'inclinaison excentrique), $SAT = 90^\circ - J$ (J étant l'inclinaison observée). Supposons encore que v soit l'angle compris entre le plan CAT et le méridien, d l'angle compris entre le plan SAT et le méridien (ce dernier angle est la déclinaison magnétique observée) et l'angle $TAC = c$, nous aurons

$$\sin i = \sin J \cdot \cos c + \cos J \sin c \cos (v - d).$$

On aura v par les formules

$$\cos C = \cos \pi \sin \varphi + \sin \pi \cos \varphi \cos (\psi - \lambda)$$

$$\cos v \sin C = \cos \pi \cos \varphi - \sin \pi \sin \varphi \cos (\psi - \lambda)$$

$$\sin v \sin C = \sin \pi \sin (\psi - \lambda)$$

et on trouvera c par la relation suivante:

$$\sin c : \sin (C + c) = e : 1$$

ou bien

$$\frac{\sin (C + c) + \sin c}{\sin (C + c) - \sin c} = \frac{1 + e}{1 - e}$$

c'est à dire

$$\operatorname{tang} \left(\frac{1}{2} C + c \right) = \frac{1 + e}{1 - e} \operatorname{tang} \frac{1}{2} C.$$

§ 17. Nous n'avons pas fait, cependant, cette correction parce que les intensités que nous avons trouvées par le calcul et celles qu'on a déterminées par les observations sont en accord suffisant pour l'état actuel de nos moyens d'observer. Pour chercher plus de précision il faut avoir au moins quatre observations excellentes. Malheureusement nous ne pouvons pas être sûrs de la seconde décimale de la valeur de l'intensité observée. Pour s'en persuader on n'a qu'à comparer les observations de Mr. Hansteen avec celles de Mr. Erman; et l'on verra que les intensités calculées diffèrent quelquefois moins des observations de ces savants que les observations mêmes, faites dans le même endroit et en même temps. A Nijni Novogorod, par exemple,

l'intensité calculée et l'intensité observée par Mr. Erman ne diffèrent que de 0,0058, tandis que la différence entre les résultats des observations faites dans la même ville par Mrs. Hansteen et Erman monte jusqu'à 0,034. On ne peut donc pas espérer d'avoir une solution numérique plus rigoureuse du problème dont nous sommes occupés, avant d'avoir des observations exactes faites dans plusieurs endroits d'après les procédés enseignés par l'illustre géomètre de Göttingue. Ces observations doivent être continuées pendant un espace de temps suffisant pour évaluer les variations de la direction de l'aiguille et de l'intensité de la force magnétique afin d'en tenir compte dans le calcul.

Le peu de différence, qu'on voit dans le tableau précédent entre le calcul et les observations, est propre à inspirer une persuasion intime qu'en appliquant à la théorie exposée plus haut la méthode d'observations perfectionnée par Mr. Gauss on peut déterminer la position rigoureuse du noyau magnétique et résoudre par là complètement la question qui regarde les lois du magnétisme terrestre. Après cela il ne restera plus qu'à rechercher, comme on l'a fait pour le système du monde, les variations dues aux causes perturbatrices, qui agissent sur l'aiguille aimantée.

§ 18. On pourrait attendre plus de précision de notre calcul si nous avions des observations favorables pour obtenir des résultats exacts. Les endroits les plus convenables à de telles observations sont ceux qui se trouvent dans le voisinage du point de la surface de la terre correspondant au centre de la sphère magnétique et dans le voisinage du point opposé. Le premier de ces points, dont la latitude australe est $\pi - 90^\circ$ et dont la lon-

gitude est ψ , doit se trouver dans l'Océanie à l'est de la Nouvelle Hollande et au Nord de Tongatabou, et le second doit être cherché dans l'Afrique septentrionale, sous la latitude de $\pi - 90^\circ$ et sous la longitude de $\psi - 180$ degrés, dans les environs de Tombouctou. Sur ces deux points l'inclinaison excentrique est égale à l'inclinaison observée, et les observations qu'on y aurait faites pourraient nous donner immédiatement e et $\frac{1}{3} h r'^3$, car nous aurions:

1) Au point correspondant au centre de la sphère magnétique, où r est minimum

$$\varphi = 90^\circ - \pi, \lambda = \psi, C = 0, i = J \text{ et}$$

$$\frac{1}{3} h r'^3 = F (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J)^{\frac{1}{2}} (1 - e)^3.$$

2) Au point opposé au précédent, où r est maximum

$$\varphi = \pi - 90^\circ, \lambda = \psi - 180^\circ, C = 180^\circ, i' = J' \text{ et}$$

$$\frac{1}{3} h r'^3 = F' (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J')^{\frac{1}{2}} (1 + e)^3.$$

D'où l'on tire

$$e = \frac{F^{\frac{1}{3}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J)^{\frac{1}{6}} - F'^{\frac{1}{3}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J')^{\frac{1}{6}}}{F^{\frac{1}{3}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J)^{\frac{1}{6}} + F'^{\frac{1}{3}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J')^{\frac{1}{6}}}$$

et

$$\frac{1}{3} h r'^3 = \frac{8 F F' (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J)^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J')^{\frac{1}{2}}}{\{ F^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J)^{\frac{1}{6}} + F'^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{3}{4} \sin^2 J')^{\frac{1}{6}} \}^3}.$$

Mr. Biot pense que , pour accorder sa théorie avec le phénomène , il faut supposer vers les archipels de la mer du sud quelque cause perturbatrice locale , telle qu'un centre particulier des forces magnétiques qui influe partout dans cet hémisphère et y modifie l'action centrale. En effet , dit-il (*), cette supposition permet d'accorder tous les résultats , et même elle n'exige dans le centre secondaire qu'une force très-faible qui tienne presque uniquement son énergie de sa proximité. Cependant le calcul précédent montre qu'il est presque suffisant de supposer que le centre de la sphère magnétique excentrique penche vers les parages indiqués par cet illustre géomètre et physicien. Mais , dit Mr. Biot , avant de chercher à définir et à mesurer cette force particulière (qui est d'ailleurs compensée par l'excentricité de notre sphère magnétique) il faut étudier les variations que la déclinaison de la boussole et l'intensité des forces magnétiques éprouvent à différentes latitudes. Car ces phénomènes , étant aussi des résultats de l'action magnétique du globe , doivent être pris en considération , si on veut la représenter complètement. La dernière conclusion est si juste et les phénomènes dont il est question sont tellement frappants que nous allons les considérer immédiatement dans le chapitre suivant.

(*) Voir Traité de physique expérimentale et mathématique par J. B. Biot
Tome III. page 134.

TROISIÈME SECTION.

VARIATIONS ANNUELLES DE LA DIRECTION DE L'AIGUILLE

AIMANTÉE.

§ 19. On a remarqué depuis longtemps que les lignes irrégulières tracées sur la surface de la terre, par les points où les déclinaisons magnétiques sont nulles, ne sont pas fixes. Une de ces lignes, appelées ordinairement *lignes sans déclinaison*, se trouve actuellement dans l'océan Atlantique entre l'ancien et le nouveau monde; mais en 1657 elle passait à Londres et en 1663 à Paris. Ainsi, d'après sa position actuelle, elle s'est déplacée de l'est à l'ouest, après avoir parcouru sur le parallèle de Paris près de 80° de longitude en 150 ans. Une autre ligne sans déclinaison passait à Tobolsk en 1716; elle passe à présent entre Nijni-Novgorod et Mourom.

Ces variations, et surtout celles de la déclinaison, nous étonnent d'abord par leur variété apparente, car la flèche d'une aiguille horizontale, dirigée vers le nord, s'approche du méridien géographique dans un endroit et s'en éloigne dans un autre; dans quelques lieux elle se meut de l'orient à l'occident, tandis que dans d'autres elle va du côté opposé. Cependant, en remontant à la source de ce phénomène, on voit bientôt que toutes ces diversités ne sont dues qu'à une cause générale.

Pour trouver la preuve de ce que je viens d'énoncer, il ne faut la chercher ni dans les variations de la direction de l'aiguille, qui ne sont point uniformes; ni dans le déplacement de la ligne sans déclinaison, qui est fort inégal sur les différens parallèles. A la *Jamaïque*, par exemple, la déclinaison n'a pas éprouvé de changement sensible depuis 140 ans. On parviendra à des résultats plus satisfaisans, si l'on discute les changemens de la direction de l'axe magnétique.

§ 20. Pour trouver les lois de ces changemens dans un lieu particulier nous allons supposer de nouveau qu'il se trouve au centre de la terre une sphère magnétique concentrique avec le globe terrestre et équivalente dans ses actions à toutes les forces magnétiques qui agissent sur l'aiguille suspendue dans un point donné de la surface de la terre. Après avoir fait cette supposition, reprenons les équations du § 9:

$$\begin{aligned}\cos N &= \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega \\ \cos D \sin N &= \cos \varphi \cos k - \sin \varphi \sin k \cos \omega \\ \sin D \sin N &= \sin k \sin \omega,\end{aligned}$$

où φ est la latitude géographique du lieu considéré; D , la déclinaison de l'aiguille; N , la distance du point d'intersection de l'axe magnétique avec la surface de la terre au lieu de l'observation; k , la distance du même point au pôle élevé; ω , l'angle compris entre cet arc k et le méridien terrestre du lieu. N sera trouvé par la formule

$$\text{tang } N = 2 \cot J,$$

J étant l'inclinaison magnétique observée. Ainsi on a dans ces équations trois données φ , J et D et deux inconnues k et ω qui déterminent la position du point où l'axe magnétique coupe la surface du globe. Nous pouvons appeler ce point le *pôle magnétique apparent* et déterminer sa position par les formules

$$\cos k = \cos N \sin \varphi + \sin N \cos \varphi \cos D$$

$$\cos \omega \sin k = \cos N \cos \varphi - \sin N \sin \varphi \cos D$$

$$\sin \omega \sin k = \sin N \sin D,$$

qu'on trouve facilement au moyen des formules précédentes, et qu'on peut exprimer sous la forme suivante:

$$\cos k = \frac{\cos N \sin (\varphi + x)}{\cos x}$$

$$\cos \omega \sin k = \frac{\cos N \cos (\varphi + x)}{\cos x}$$

$$\sin \omega \sin k = \sin N \sin D,$$

où

$$\text{tang } N = 2 \cot J$$

$$\text{tang } x = \text{tang } N \cos D = 2 \cot J \cos D.$$

§ 21. Pour déterminer, au moyen de ces formules, la position du pôle magnétique apparent pour un lieu quelconque, il faut les appliquer aux observations qu'on a faites dans ce lieu à différentes époques. Nous allons prendre d'abord les observations faites à Paris. Les premières observations qu'on y a faites, sont peut être plus exactes et plus complètes que toutes les anciennes observations magnétiques faites dans d'autres

endroits. Il est vrai que pour les compléter il serait d'un grand intérêt d'avoir, outre les observations de déclinaison et d'inclinaison, celles de l'intensité magnétique; mais en général ces dernières ne datent pas de très longtemps. C'est encore Mr. de Humboldt qui les a introduites dans l'usage général après qu'il eut découvert l'accroissement de l'intensité en allant de l'équateur magnétique vers les pôles. Voici les observations qui donnent à différentes époques les directions de l'aiguille aimantée à Paris et les élémens qui déterminent la position du pôle magnétique ou, ce qui est la même chose, la direction de l'axe magnétique géocentrique:

Paris.

Années.	Déclinaisons.	Inclinais.	k .	ω .
1671	1°40'? N.O	75° 0'	13° 0'36"	3°29'35" Ouest
1754	17.15 —	72.15	13.21.15	43.48.30 — —
1780	20.46 —	71.48	14.43.20	50. 2.40 — —
1791	22. 3 —	70.52	14.54.52	56.15.10 — —
1798	22.17 —	69.51	14.41.50	62. 9.30 — —
1814	22.34? —	68.36?	14.39.13	69.21.24 — —
1816	22.25 —	68.40	14.34.00	68.57.30 — —
1817	22.19 —	68.38	14.30.17	69. 6.42 — —
1818	22.22 —	68.35	14.31.45	69.25.28 — —
1819	22.29 —	68.25	14.35.24	70.22.58 — —
1822	22.11 —	68.11	14.23.32	71.41.30 — —
1823	22.23 —	68. 8	14.31. 1	71.58.22 — —
1824	22.23 —	68. 7	14.31. 0	72. 4. 5 — —
1825	22.22 —	68. 0	14.30.18	72.43.35 — —
1829	22.12 —	67.41	14.24.20	74.30.29 — —
1835	22. 4 —	67.24	14.20.10	76. 6.36 — —

On voit dans ce tableau que k est presque constant ; car sa valeur n'a pas changé d'un seul degré depuis 1780 jusqu'à 1835, c'est à dire pendant 55 ans, et si les deux plus anciennes valeurs de k sont un peu plus petites, on peut attribuer cela aux erreurs des observations. En effet, les premiers essais dans cette sorte d'observations ne peuvent être exempts de grandes erreurs. Ce qui le prouve c'est que la différence qui existe entre les onze dernières valeurs de k est très peu sensible, tandis qu'elle est assez grande et même irrégulière entre les cinq premières, et si les valeurs de cet arc données pour les années 1671 et 1754 sont trop faibles, celles des trois années suivantes doivent être un peu trop fortes. Ainsi on peut, selon toutes les probabilités, considérer k comme une quantité constante et évaluer sa valeur moyenne, sans compter les deux premières observations, à $14^{\circ}.33'.39''$. Quant au déplacement du pôle magnétique apparent on verra que les variations annuelles de ω ont été

depuis 1671 jusqu'à 1835	= 26',6
— — 1754 — — 1835	= 23,9
— — 1780 — — 1835	= 28,4
— — 1791 — — 1835	= 27,1
— — 1798 — — 1835	= 22,5
— — 1814 — — 1835	= 19,3
— — 1816 — — 1835	= 22,6
— — 1817 — — 1835	= 23,3
— — 1818 — — 1835	= 23,6
— — 1819 — — 1835	= 21,5
— — 1820 — — 1835	= 20,4
— — 1823 — — 1835	= 20,7

depuis 1824 jusqu'à 1835	=	22',5
— — 1825 — — 1835	=	20,3
— — 1829 — — 1835	=	16,0

D'après ce tableau on est autorisé à supposer que le pôle magnétique apparent se déplace de l'orient à l'occident avec un mouvement uniforme et que la valeur moyenne annuelle de ce déplacement en longitude est 22', 58. Ainsi on peut établir la loi suivante:

Le pôle magnétique apparent de Paris se meut d'un mouvement uniforme sur un cercle parallèle à l'équateur terrestre, dont la latitude est 75°. 26'. 21", et s'avance chaque année vers l'occident de 22'. 55".

§ 22. Mr. Biot dit, dans son excellent Traité de physique expérimentale et mathématique, qu'en général, d'après la lenteur actuelle du mouvement de la ligne sans déclinaison, il n'est pas du tout certain qu'il soit constamment progressif, ni qu'il doive se continuer dans un sens quelconque: ce sont des choses, dit-il, que le temps seul peut nous apprendre. Mais, d'après le calcul que j'ai fait et la loi que je viens d'énoncer par rapport à Paris, on voit clairement que le pôle magnétique apparent doit avoir un mouvement constamment progressif et décrire une circonférence entière dans un période d'environ 957 ans. Quant aux variations de la déclinaison et de l'inclinaison magnétiques elles sont visiblement périodiques: il est donc fort intéressant de trouver les *maxima* et les *minima* de ces deux élémens de l'observation.

Pour déterminer ces valeurs extrêmes de la déclinaison et de l'inclinaison, il faut faire égales à zéro les différentielles $\frac{dD}{d\omega}$

et $\frac{dJ}{d\omega}$ tirées des équations

$$\begin{aligned}\cos N &= \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega \\ \sin N \cos D &= \cos \varphi \cos k - \sin \varphi \sin k \cos \omega \\ \sin N \sin D &= \sin k \sin \omega,\end{aligned}$$

qui pour plus de facilité, peuvent être réduites aux deux équations suivantes:

$$\cot D = \frac{\cos \varphi \cot k}{\sin \omega} - \sin \varphi \cot \omega$$

$$\cos N = \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega.$$

La première de ces équations nous donnera

$$1) \text{ Max. } D = 22^{\circ} 27' 2; J = 68^{\circ} 0$$

$$2) \frac{dD}{d\omega} = \frac{\sin^2 D}{\sin^2 \omega} \{ \cos \varphi \cot k \cos \omega - \sin \varphi \},$$

d'où l'on aura pour le *maximum* de la déclinaison

$$\cos \varphi \cot k \cos \omega - \sin \varphi = 0$$

et

$$\cos \omega = \tan \varphi \tan k.$$

Cela étant, si l'on substitue la dernière valeur de $\cos \omega$ dans les équations qui donnent $\cot D$ et $\cos N$, on aura pour le *maximum* de la déclinaison

$$\text{tang } D = \frac{\sin k}{\sqrt{\cos(\varphi + k) \cos(\varphi - k)}}$$

$$\cos N = \frac{\sin \varphi}{\cos k}$$

Pour trouver les limites de l'inclinaison magnétique il faut d'abord différentier, par rapport à ω , l'équation

$$\text{tang } J = 2 \cot N,$$

ce qui nous donnera

$$\frac{dJ}{d\omega} = - \frac{2 \cos^2 J}{\sin^2 N} \cdot \frac{dN}{d\omega};$$

puis en différentiant l'équation

$$\cos N = \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega$$

on trouvera

$$\sin N \frac{dN}{d\omega} = \cos \varphi \sin k \sin \omega.$$

On aura donc

$$\frac{dJ}{d\omega} = - \frac{2 \cos^2 J \cos \varphi \sin k \sin \omega}{\sin^3 N}.$$

Si l'on fait $\frac{dJ}{d\omega} = 0$ on aura $\sin \omega = 0$ c'est à dire $\omega = 0^\circ$ ou $\omega = 180^\circ$. En substituant ces valeurs de ω dans les équations qui donnent $\cos N$ et $\cot D$ nous aurons

$$\cos N = \sin (\varphi \pm k)$$

$$\cot D = \infty$$

c'est à dire

$$N = 90 - (\varphi \pm k)$$

$$D = 0.$$

Le signe $+$ appartient au *maximum* et le signe $-$ au *minimum* de l'inclinaison.

Appliquons ce calcul aux observations faites à Paris et nous aurons

$$1) \text{ Max. } D = 22^\circ.27', 2; J = 68^\circ.0; \omega = 72^\circ.43'.$$

$$2) \text{ Max. } J = 75^\circ.56', 5; \text{ Minim. } J = 53^\circ.44', 1.$$

Ainsi la plus grande déclinaison occidentale fut à Paris en 1825 : elle ne diffère de l'observation de cette année que de 5', et on ne pouvait pas pousser l'exactitude plus loin avant les perfectionnemens proposés par Mr. Gauss dans les instrumens magnétiques. La plus grande déclinaison déterminée au moyen de l'observation en 1814 doit être beaucoup trop grande, ce qu'on peut voir en considérant la valeur de ω correspondante à l'observation de cette année. Cette erreur, ainsi que toutes les autres,

provient, peut être, de quelque cause perturbatrice ou de la variation horaire et mensuelle de la déclinaison, dont on n'a pas tenu compte.

Si l'on suppose que le pôle magnétique apparent se déplace en longitude chaque année de $22'.35''$, on trouvera que la plus grande inclinaison fut à Paris en 1662, ce qui s'accorde très bien avec les observations des déclinaisons magnétiques faites à Jussy par Mr. Thevenot, car il trouve qu'en 1663 la déclinaison y fut nulle. Mrs. Hansteen et Pouillet pensent aussi que la ligne sans déclinaison passait à Paris en 1663.

§ 23. A Londres on a commencé à observer les inclinaisons de l'aiguille presque un siècle plus tôt qu'à Paris, mais malheureusement on n'y a pas observé les déclinaisons en même temps: outre cela les premières observations magnétiques faites en Angleterre doivent être affectées d'erreurs beaucoup trop sensibles comme on le verra dans le tableau suivant:

Londres.

Année.	Déclin.	Inclin.	<i>k.</i>	<i>ω.</i>
1580	$11^{\circ}15' 0''$ NE	$71^{\circ}51'40''$	$8^{\circ}24'30''$	$46^{\circ}59'12''$ Est.
1622	5.56.30 —	72.45.00	7.28.17	24.50.10 — —
1634	4. 6. 0 —	72,52,00	7.13.10	17.22.20 — —
1657	0. 0. 0 —	73.12,00	7.21.30	0. 0. 0 — —
1723	14.17. 0 NO	74.42.00	12.31.50	33. 4.50 Ouest.
1775	21.43. 0 —	72.31.00	13.57.31	54.59.45 — —
1786	23.17. 0 —	72. 5.40	14.36. 6	58.19.22 — —

Année.	Déclin.	Inclin.	k .	ω .
1787	23°19' 0'' NO	72° 5'42''	14°36'47''	58°22'38'' Ouest.
1788	23.32. 0 —	72. 4.00	14.43.30	58.36.00 — —
1789	23.19. 0 —	71.54.42	14.33.40	59.25.40 — —
1790	23.39. 0 —	71.53.42	14.44.00	59.40.57 — —
1791	23.36. 0 —	71.23.42	14.34.40	62.39.50 — —
1795	23.57. 0 —	71.11.24	14.43.57	63.59.25 — —
1797	24. 1. 0 —	70.59.24	14.44.17	65.11.46 — —
1798	24. 0.36 —	70.55.12	14.43.38	65.36.40 — —
1799	24. 1.48 —	70.52.12	14.43.46	65.54.40 — —
1801	24. 4.12 —	70.35.36	14.43.26	67.33.13 — —
1803	24. 8.48 —	70.32.00	14.45.48	67.55.10 — —
1805	24. 8.48 —	70.21.00	14.45.12	69. 0. 0 — —

On y voit que la valeur de la distance polaire de l'axe magnétique apparent k , déterminée d'après les observations faites à Londres par Gilpins pendant 20 ans, c'est à dire depuis 1786 jusqu'à 1805 inclusivement, a été presque toujours constante; mais les observations antérieures donnent des valeurs de k différentes et plus petites. Doit-on attribuer cela à l'imperfection de la méthode d'observer et des instrumens employés au commencement de la découverte de l'inclinaison magnétique? Mr. Hansteen présume que les anciennes observations faites à Londres sur l'inclinaison doivent être affectées d'erreurs sensibles. Il est conduit à cette conclusion par la comparaison des observations suivantes faites à Londres et à Paris (*):

(*) Voir Untersuchungen über den Magnetismus der Erde von Christopher Hansteen I. Theil. page 45.

L o n d r e s.			P a r i s.		
Observa- teurs.	Années.	Inclinaisons.	Observa- teurs.	Années.	Inclin.
Normann.	1576	71°50'			
Gilbert.	1600	72. 0			
Ridley.	1613	72.30			
Bond.	1676	73.30	Richer.	1671	75° 0'
Whiston.	1720	73.45 } 74°27'5	La Caille.	1754	72.15
		75.10 }	Le Monnier.	1776	72.25
		74. 0 } 74.35	Cassini.	1791	70.52
Graham.	1723	75.10 }	Bouvard.	1798	70.10
Cavendish.	1775	72.30	Humboldt.	1798	69.26
Gilpins.	1805	70.21	Humboldt.	1806	69.12

Les observations de Bond et de Richer, dit Mr. Hansteen, ont été faites presque en même temps, et comme la latitude magnétique est plus grande à Londres qu'à Paris, il doit en être de même de l'inclinaison. Ainsi l'inclinaison observée à Londres du temps de Bond ne pouvait pas être moindre de 75°: elle y était probablement plus grande en 1600. Mr. Hansteen attribue l'erreur des anciennes observations à l'inflexion de l'aiguille, due à son poids et au frottement de son axe, parce que ces deux erreurs donnent l'inclinaison observée plus petite que la véritable. En effet, d'après toutes les observations postérieures, les inclinaisons observées à Londres sont plus grandes que celles de Paris.

§ 24. La moyenne de toutes les valeurs de k trouvée d'après les observations de Gilpins, depuis 1786 jusqu'à 1805, est $14^{\circ}.41'.42''$. Aucune valeur de k trouvée par les observations faites pendant ces 20 années ne diffère de leur moyenne de plus de $8'$, ce qui est propre à inspirer beaucoup de confiance pour les observations de Gilpins.

Si l'on fait $k = 14^{\circ}.41'.42''$ et que l'on suppose cette valeur de k constante, on peut trouver d'abord N et puis J pour toutes les années pendant lesquelles on a déterminé par les observations la déclinaison magnétique D . L'équation qui peut nous servir à ce calcul est celle-ci:

$$\sin \varphi \cos N + \cos \varphi \sin N \cos D = \cos k,$$

d'où l'on tire

$$\sin (N + y) = \frac{\cos k \cdot \sin y}{\sin \varphi}$$

où

$$\cot y = \cot \varphi \cos D;$$

puis on aura

$$\tan J = 2 \cot N.$$

Ainsi le calcul nous donnera les inclinaisons suivantes pour Londres et pour les années dans lesquelles on a observé la déclinaison magnétique avant Gilpins:

L'année 1580	Inclin.	calculée	76°53'22"
— — 1622	— — —	— — —	77.23.26
— — 1657	— — —	— — —	77.34.13
— — 1723	— — —	— — —	76.24.11

La comparaison de ces résultats du calcul donne pour l'année 1580 la plus grande différence avec l'observation de Normann: elle monte jusqu'à 5°; mais cette observation est la première qu'on ait faite après la découverte de l'inclinaison magnétique, et il est probable que les instrumens de ce temps étaient bien imparfaits, car Mr. Hansteen assure qu'il avait une aiguille qui donnait les inclinaisons constamment de 5 ou 6 degrés plus petites qu'elles ne le sont réellement. Peut être que les déclinaisons observées avant Gilpins sont aussi trop faibles.

§ 25. Il est bien remarquable que les observations de Londres prouvent que le déplacement du pôle magnétique apparent y suit la même loi qu'à Paris, c'est à dire qu'il se déplace de l'est à l'ouest avec une vitesse presque constante. Il y a cette seule différence que la variation annuelle de sa longitude est un peu plus grande à Londres qu'à Paris, ce qu'on verra dans le tableau suivant:

Depuis 1580 jusqu'à 1805	variat. annuelle de ω	= 30' 9
— — 1622 — — 1805	— — — — —	= 30, 8
— — 1634 — — 1805	— — — — —	= 30, 3
— — 1657 — — 1805	— — — — —	= 28, 0
— — 1723 — — 1805	— — — — —	= 26, 3
— — 1775 — — 1805	— — — — —	= 28, 0

depuis 1786 jusqu'à 1805 variat. annuelle de $\omega = 33' 6$

— — 1787 — — 1805 — — — — — = 35, 4

— — 1788 — — 1805 — — — — — = 36, 7

— — 1789 — — 1805 — — — — — = 35, 9

— — 1790 — — 1805 — — — — — = 37, 3

— — 1791 — — 1805 — — — — — = 27, 1

— — 1795 — — 1805 — — — — — = 30, 0

— — 1797 — — 1805 — — — — — = 28, 5

— — 1798 — — 1805 — — — — — = 27, 6

— — 1799 — — 1805 — — — — — = 30, 8

— — 1801 — — 1805 — — — — — = 21, 7

— — 1803 — — 1805 — — — — — = 32, 4

moyenne = 30,63

Si l'on adopte $k = 14^\circ.41'.42''$ on trouvera pour Londres

1) *Max.* $D = 24^\circ 3'26''$, $J = 70^\circ 3'$, $\omega = 70^\circ 44'16''$.

2) *Max.* $J = 77.34.13$, *Min.* $J = 56^\circ 15'49''$.

La plus grande déclinaison aurait dû être observée en 1808 ou 1809 : malheureusement il m'a été impossible de vérifier ce résultat parce que je n'ai pas vu les observations faites à Londres après 1805.

§ 26. Mr. Quetelet a lu dans la séance du 6 avril 1839 de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles un mémoire dans lequel il a examiné les observations qu'il a faites depuis douze années, sur l'état du magnétisme terrestre, en Belgique. Il résulte de l'ensemble de ces observations que la

déclinaison et l'inclinaison de l'aiguille magnétique ont progressivement diminué à Bruxelles, depuis douze ans que les observations magnétiques y sont faites avec régularité. Ces observations importantes nous ont servi à déterminer la position du pôle magnétique apparent pour Bruxelles. Voici les résultats qui ont été obtenus pour chaque année:

Bruxelles.

Epoques.	Déclinaison	Inclin.	<i>k.</i>	ω .
	° ' "	° ' "	° ' "	° ' "
1827 octobre.	22.28,8 NO	68.56,5	13.59.00	74.53.33 Ouest.
1830 fin de mars.	22.25,3 —	68.52,6	13.57. 1	75.19. 5 —
1832 — — —	22.19,0 —	68.49,1	13.53. 8	75.45.42 —
1833 — — —	22.13,4 —	68.42,8	13.50.40	76.17.40 —
1834 comm. d'avr.	22.15,2 —	68.38,4	13.52.13	76.43.26 —
1835 fin de mars.	22. 6,7 —	68.35,0	13.47.22	77. 5. 8 —
1836 — — —	22. 7,6 —	68.32,2	13.48.14	77.21.55 —
1837 — — —	22. 4,3 —	68.28,8	13.46.37	77.42.55 —
1838 — — —	22. 3,7 —	68.26,1	13.46.35	77.59. 8 —
1839 — — —	21.53,6 —	68.22,4	13.40.50	78.23.50 —

La valeur moyenne de toutes les distances polaires de l'axe magnétique apparent $k = 13^{\circ}.50'.10''$. Si l'on suppose que cette valeur est une quantité constante pour Bruxelles, dont la latitude est $= 50^{\circ}.51'.11''$, on trouvera:

1) *Maxim.* $D = 22^{\circ}.15'.35''$; $J = 69^{\circ}.21'.33''$; $\omega = 72^{\circ}.23'.20''$.

2) *Maxim.* $J = 76^{\circ}.41'.45''$; *Minim.* $J = 56^{\circ}.27'.3''$.

Le pôle magnétique apparent se déplace chaque année aussi régulièrement à Bruxelles qu'à Paris et à Londres, car on peut voir d'après le tableau précédent que les variations annuelles de ω y ont été

depuis 1827	oct.	jusqu'à 1839	fin de mars	=	18',29
— —	1830	fin de mars	— 1839	— — —	= 20,53
— —	1832	— — —	— 1839	— — —	= 22,59
— —	1833	— — —	— 1839	— — —	= 22,03
— —	1834	com. d'avr.	— 1839	— — —	= 20,08
— —	1835	fin de mars	— 1839	— — —	= 19,68
— —	1836	— — —	— 1839	— — —	= 20,64
— —	1837	— — —	— 1839	— — —	= 20,46
— —	1838	— — —	— 1839	— — —	= 24,70

Si l'on admet que la moyenne des variations annuelles de ω , 20',889, soit la valeur constante du déplacement du pôle magnétique apparent à Bruxelles, on trouvera que la plus grande déclinaison occidentale y fut au commencement de l'année 1822 et que le *maximum* de la déclinaison orientale y aura lieu en 2440: il faut donc attendre 600 ans pour l'observer.

§ 27. Les observations exactes faites à St. Pétersbourg depuis 1828 jusqu'à 1834 m'ont donné les élémens nécessaires pour calculer, relativement à cette capitale, la position du pôle magnétique apparent.

J'ai pris pour cela les observations suivantes:

1) Pour l'an 1828, la moyenne de toutes les observations de déclinaison, faites à St. Pétersbourg par Mr. Erman et publiées dans son ouvrage: *Reise um die Erde 2-te Abtheilung, Physik. Beobachtungen, 1. Band.* Quant à l'inclinaison de cette année là, j'ai pris la moyenne des observations faites par Mrs. Hansteen, Due et Erman, publiées en 1837 par Mr. Kupffer dans son *Recueil d'observations magnétiques, faites à St. Pétersbourg et sur d'autres points de l'Empire de Russie.*

2) Pour les années 1830, 1831, 1832 et 1833, la moyenne des observations de déclinaison et d'inclinaison publiées par Mr. Kupffer dans son recueil d'observations magnétiques pages 694, 686 et 687, [sans compter celles qu'il a marquées du signe (?)] : et pour l'année 1834, les résultats de ses observations faites le 3 et le 4 février.

Voici le résumé de toutes ces observations avec les résultats qu'elles donnent:

Époques.	Déclin.	Inclin.	<i>k.</i>	ω .
1828,4	6°49'52" NO	71°20'00"	5°23' 1"	134°47'15" O
1830,7	6.26.38 —	71.17.42	5.17.40	137. 0.10 —
1831,6	6.26.41 —	71.13.32	5.22.45	137.41.20 —
1832,5	6.22.18 —	71. 9.30	5.26.16	138.41.10 —
1833,5	6.16.50 —	71. 8. 6	5.26.11	139.20.40 —
1834,1	6.15.14 —	71. 9. 0	5.24.33	139.20. 9 —

Les fractions des années sont les moyennes des dates auxquelles on a fait les observations.

La valeur moyenne de toutes les distances polaires de l'axe magnétique apparent $k = 5^{\circ}.24'.5''$, ce qui nous donnera pour St. Pétersbourg, dont la latitude est $59^{\circ}.56'.31''$:

- 1) *Max.* $D = 10^{\circ}.49'.56''$; $J = 74^{\circ}.8'.7''$; $\omega = 80^{\circ}.35'.47''$.
- 2) *Max.* $J = 77^{\circ}.4'.25''$, *Min.* $J = 70^{\circ}.23'.55''$.

Le déplacement annuel du pôle magnétique apparent de l'est à l'ouest a été

depuis 1828 jusqu'à 1830	= 57,79
— — 1828 — — 1831	= 54,41
— — 1828 — — 1832	= 57,05
— — 1828 — — 1833	= 53,61
— — 1828 — — 1834	= 47,88

La moyenne de ces variations annuelles de ω sera $55',71$ (sans y compter la dernière valeur, trouvée par les observations faites en 1828 et en 1834 qui est un peu faible). Si l'on suppose que cette valeur soit constante, on trouvera que la plus grande déclinaison a été à St. Pétersbourg en 1772; la plus grande inclinaison, en 1688, et que la plus petite inclinaison y aura lieu en 1875. On n'y a jamais obtenu de déclinaison plus grande de 11° , ce qui s'accorde très bien avec le *maximum* que j'ai trouvé par le calcul précédent; mais cette déclinaison de 11° , trouvée par les observations de Mr. Henry correspond à l'année 1805. Toutes

les observations des années antérieures à cette époque donnent la déclinaison plus petite; mais Mr. Kupffer n'ajoute aucune confiance aux observations faites sur la déclinaison magnétique à St. Pétersbourg avant 1828, car il n'en fait aucune mention dans son important recueil d'observations magnétiques faites en Russie. La déclinaison déterminée par Mr. Henry en 1805 est considérée comme douteuse par Mr. Hansteen, dans son ouvrage *Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. Anhang* page 7.



La moyenne de ces variations annuelles de 11° (sans y compter la dernière valeur, trouvée par les observations faites en 1828 et en 1831 qui est un peu faible) si l'on suppose que cette valeur soit constante, on trouvera que la plus grande déclinaison a été à St. Pétersbourg en 1773; la plus grande inclinaison, en 1882, et que la plus petite inclinaison y aura lieu en 1855. On n'y a jamais obtenu de déclinaison plus grande de 11° , ce qui s'accorde très bien avec le maximum que j'ai trouvé par le calcul, mais cette déclinaison de 11° , trouvée par les observations de Mr. Henry correspond à l'année 1805. Toutes

Note 4.

On croit généralement que la formule de Bowdich représente assez fidèlement les observations lorsque l'inclinaison ne dépasse pas une trentaine de degrés. On est conduit à cette conclusion par un certain accord qu'on trouve entre quelques observations et les résultats calculés au moyen de cette formule; mais cet accord n'est pas suffisant pour qu'on puisse en établir une loi générale; car on peut trouver d'autres formules dont l'accord avec les observations, sans être général, n'en embrasse pas moins une grande partie de la surface de la terre. Il est inutile de les développer puisqu'elles ne sont que spécieuses; cependant pour prouver cette assertion je vais montrer dans cette note comment une formule très peu approximative s'accorde avec beaucoup d'observations.

La formule dont je parle, aussi bien que celle de Bowdich, résulte de la supposition qu'il se trouve au centre de la terre une sphère magnétique concentrique avec le globe terrestre. Partant de cette hypothèse, on aura les formules du § 20. (voyez page 50)

$$\begin{aligned}\cos N &= \sin \varphi \cos k + \cos \varphi \sin k \cos \omega \\ \cos D \sin N &= \cos \varphi \sin k - \sin \varphi \cos k \cos \omega\end{aligned}$$

d'où l'on tire

$$\frac{\cot N}{\cos D} = \frac{\sin \varphi + \tan k \cos \varphi \cos \omega}{\cos \varphi - \tan k \sin \varphi \cos \omega}$$

Supposons que k soit une quantité très petite ce qui a lieu pour plusieurs endroits et nous aurons à peu près

$$\cot N = \tan \varphi \cos D$$

et comme

$$\cot N = \frac{1}{2} \tan J$$

on trouvera

$$\tan J = 2 \tan \varphi \cos D$$

Voici la comparaison des inclinaisons calculées d'après cette formule avec les inclinaisons observées:

Endroits.	Latitudes.	Déclin.	Inclinaisons.	
			Calculées.	Observ.
Paris.	48°50'15"	22°12' NO	64°38' N	67°41' N
Berlin.	52.31.10	17.24 —	68. 7 —	68.31 —
Christiania.	59.55.20	19.45 —	72.54 —	72.16 —
Stockholm.	59.20.30	14.57 —	72.58 —	71.40 —

Endroits.	Latitudes.	Déclinais.	Inclinaisons.	
			Calculées.	Observ.
St. Pétersbourg.	59°56'30" <i>B.</i>	6°48' <i>NO</i>	73°45' <i>N</i>	71°12' <i>N</i>
Moscou.	55.45.10 —	3. 3 —	71.11 —	68.59 —
Kazan.	55.47.50 —	2.22 <i>NE</i>	71.13 —	68.24 —
Tobolsk.	58.11.40 —	9.45 —	72.32 —	71. 3 —
Irkoutsk.	52.16.20 —	1.52 —	68.51 —	68. 7 —
Kirensk.	57.47.20 —	0.59 —	72.31 —	73. 7 —
Iakoutsk.	62. 1.30 —	5.53 <i>NO</i>	75. 3 —	74.17 —
Okhotsk.	59.21.30 —	2.18 —	73.29 —	70.41 —
Taïti.	17.29.35 <i>A</i>	6.50 <i>NE</i>	32. 2 <i>S.</i>	30.29 <i>S</i>
Cap. de B.Espérance	33.55.15 —	28.00 <i>NO</i>	49. 4 —	48.22 —
Gr. Océan.	4.29.50 —	4. 8 <i>NE</i>	8.55 —	5. 4 —
Gr. Océan.	11.32.00 —	5. 4 —	22. 7 —	19. 0 —
Gr. Océan.	14.42.00 —	6.10 —	27.33 —	24.23 —

On voit par ce tableau que les résultats de ce calcul s'accordent assez bien avec les observations, quoiqu'il soit fondé sur une formule très inexacte.

Note 2.

Les valeurs de la distance du pôle magnétique apparent de Bruxelles au pôle de l'équateur diminuent assez régulièrement depuis 1827 jusqu'à 1839, comme on le voit dans le § 26 de cet ouvrage. Cette diminution de *k* fait soupçonner que le pôle magnétique apparent se meut sur un cercle qui n'est pas parallèle à l'équateur, ou qu'il décrit une courbe qui n'est pas circulaire. Cependant il me semble qu'il est encore trop tôt

d'entreprendre le calcul propre à résoudre cette question, car il faut avoir pour cela au moins trois observations très exactes faites à des époques éloignées l'une de l'autre, peut être, de siècles entiers. Les anciennes observations faites à Paris et à Londres ne me paraissent pas être assez exactes pour une recherche semblable.

14.12.00	0.10	27.32	21.23	Gr. Océan.
11.32.00	4.4	32.7	19.6	Gr. Océan.
4.23.00	4.87.3	8.55	8.4	Gr. Océan.
33.52.15	28.00	19.4	18.23	Cap. de l'Espérance
17.20.38	6.30	12.2	20.23	Tah.
52.31.30	54.3	74.29	70.41	Okhotsk.
62.1.30	8.53	78.3	74.17	Labouk.
37.47.20	0.29	73.31	73.7	Kurowsk.
52.16.20	1.52	68.31	68.7	Irkesk.
58.11.40	0.43	72.52	71.3	Tobolsk.
58.47.50	2.22	75.13	68.21	Kazan.
55.42.10	3.3	—	—	Blonon.

On voit par ce tableau que les résultats de ce calcul s'accordent assez bien avec les observations, puisqu'il en tombe sur une formule très exacte.

Ann. 2.

Les valeurs de la distance du pôle magnétique apparent de Bruxelles au pôle de l'équateur diffèrent assez légèrement depuis 1827 jusqu'à 1833, comme on le voit dans le § 26 de cet ouvrage. Cette diminution de 11 est seulement que le pôle magnétique apparent se trouve au cercle qui n'est pas parallèle à l'équateur, ou qu'il décrit une courbe qui n'est pas rectiligne. Cependant il me semble qu'il est encore trop tôt

$$(A) \quad \begin{cases} A = \frac{M}{3r^3} \left(\cos \alpha - \frac{3}{2} \frac{z^2}{r^2} \right) \\ B = \frac{M}{3r^3} \left(\cos \beta - \frac{3}{2} \frac{y^2}{r^2} \right) \\ C = \frac{M}{3r^3} \left(\cos \gamma - \frac{3}{2} \frac{x^2}{r^2} \right) \end{cases}$$

$$M = \frac{2}{\cos \alpha} \frac{z}{r} + \frac{2}{\cos \beta} \frac{y}{r} + \frac{2}{\cos \gamma} \frac{x}{r}$$

on se trouve suspendue, les autres lettres données du centre de la sphère magnétique, les mêmes valeurs comme dans le § 6 de la première section.

FORMULES POUR TROUVER LA POSITION DE L'AIGUILLE

AIMANTÉE.

(1844).

§ 28. Nous avons supposé dans la première section que l'origine des coordonnées se trouve dans le centre de la sphère magnétique intérieure, mais pour trouver la direction d'une aiguille aimantée, suspendue dans un lieu quelconque de la surface de la terre, il est plus commode de transporter l'origine des coordonnées au centre de la terre. Dans ce cas les équations générales qui expriment les composantes de la force magnétique du noyau intérieur, données dans le § 6, deviendront

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{h \cdot r'^3}{3 r^3} \left(\cos \alpha - \frac{3(x - \xi)}{r} \cdot M \right), \\ B &= \frac{h \cdot r'^3}{3 r^3} \left(\cos \beta - \frac{3(y - \eta)}{r} \cdot M \right), \\ C &= \frac{h \cdot r'^3}{3 r^3} \left(\cos \gamma - \frac{3(z - \zeta)}{r} \cdot M \right), \end{aligned} \right\} \dots \dots (A)$$

où
$$M = \frac{x - \xi}{r} \cos \alpha + \frac{y - \eta}{r} \cos \beta + \frac{z - \zeta}{r} \cos \gamma,$$

x, y, z étant les coordonnées du point de la surface de la terre, où se trouve suspendue l'aiguille aimantée, et ξ, η, ζ les coordonnées du centre de la sphère magnétique, les autres lettres expriment les mêmes valeurs comme dans le §. 6 de la première section.

§ 29. Supposons, comme nous l'avons fait dans le § 7, que F soit la force totale de l'intensité magnétique au point déterminé par les coordonnées x, y, z , et que la direction de cette force fasse avec les directions des coordonnées les angles X, Y, Z , nous aurons

$$F \cos X = \frac{h r'^3}{3 r^3} \left(\cos \alpha - \frac{3(x - \xi)}{r} \cdot M \right),$$

$$F \cos Y = \frac{h r'^3}{3 r^3} \left(\cos \beta - \frac{3(y - \eta)}{r} \cdot M \right),$$

$$F \cos Z = \frac{h r'^3}{3 r^3} \left(\cos \gamma - \frac{3(z - \zeta)}{r} \cdot M \right).$$

Nous avons trouvé (§ 7)

$$\frac{hr'^3}{3r^3} = F \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 i},$$

ou bien
$$F = \frac{hr'^3}{3r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 N},$$

parce que $\tan i = 2 \cot N$,

ce qui nous donnera, en faisant, pour abrégé,

$$(1 + 3 \cos^2 N)^{\frac{1}{2}} = (1 - \frac{3}{4} \sin^2 i)^{-\frac{1}{2}} = Q,$$

les équations suivantes:

$$Q \cos X = \cos \alpha - 3 M \cdot \frac{x - \xi}{r},$$

$$Q \cos Y = \cos \beta - 3 M \cdot \frac{y - \eta}{r},$$

$$Q \cos Z = \cos \gamma - 3 M \cdot \frac{z - \zeta}{r}.$$

Si l'on ajoute ces équations, après les avoir élevées au carré, on trouvera

$$Q^2 = 1 + 3 M^2,$$

ou bien

$$1 + 3 \cos^2 N = 1 + 3 M^2,$$

donc

$$M = \cos N,$$

et par conséquent

$$Q \cos X = \cos \alpha - \frac{3(x - \xi)}{r} \cdot \cos N,$$

$$Q \cos Y = \cos \beta - \frac{3(y - \eta)}{r} \cdot \cos N,$$

$$Q \cos Z = \cos \gamma - \frac{3(z - \zeta)}{r} \cdot \cos N.$$

Pour faire ces équations plus simples il suffit de supposer que le plan des xy coïncide avec celui de l'horizon vrai du lieu de l'observation, et que l'axe des x se trouve sur le plan du méridien de ce lieu. Cela posé, si l'on fait le rayon de la terre égal à l'unité, on obtiendra

$$x = 0, y = 0, z = 1.$$

Supposons en suite que e soit la distance du centre de la sphère magnétique au centre de la terre et que α', β', γ' soient les angles que la direction de la ligne e forme avec les axes des x , des y et des z , on obtiendra

$$\xi = e \cos \alpha', \eta = e \cos \beta', \zeta = e \cos \gamma',$$

et partant

$$Q \cos X = \cos \alpha + \frac{3e}{r} \cos N \cos \alpha',$$

$$Q \cos Y = \cos \beta + \frac{3e}{r} \cos N \cos \beta',$$

$$Q \cos Z = \cos \gamma - \frac{3(1 - e \cos \gamma')}{r} \cos N.$$

§ 30. Si l'on nomme d la déclinaison, J l'inclinaison magnétique observée; θ' et θ les angles que le plan du méridien fait, respectivement, avec les plans verticaux menés par le centre de la sphère magnétique et par le rayon de la terre parallèle à l'axe magnétique, on aura

$$\cos X = \cos J \cos d, \quad \cos Y = \cos J \sin d, \quad \cos Z = -\sin J;$$

$$\cos \alpha' = \sin \gamma' \cos \theta', \quad \cos \beta' = \sin \gamma' \sin \theta',$$

$$\cos \alpha = \sin \gamma \cos \theta, \quad \cos \beta = \sin \gamma \sin \theta,$$

il en résulte

$$Q \cos J \cos d = \cos \theta \sin \gamma + \frac{3e}{r} \cos N \cos \theta' \sin \gamma',$$

$$Q \cos J \sin d = \cos \theta \sin \gamma + \frac{3e}{r} \cos N \sin \theta' \sin \gamma',$$

$$Q \sin J = -\cos \gamma + \frac{3(1 - e \cos \gamma')}{r} \cos N.$$

Ces équations auront une forme encore moins compliquée si, au lieu de r et de e , y sera introduit l'angle c que forme le rayon de la terre AT (fig. 2) mené au point du lieu de l'observation A avec la ligne AC qui unit ce point avec le centre de la sphère magnétique C , car nous aurons

$$\frac{\varepsilon}{r} = \frac{\sin c}{\sin \gamma'}, \quad \frac{1 - e \cos \gamma'}{r} = \cos c,$$

et par conséquent

$$\left. \begin{aligned} Q \cos J \cos d &= \sin \gamma \cos \theta + 3 \cos N \sin c \cos \theta', \\ Q \cos J \sin d &= \sin \gamma \sin \theta + 3 \cos N \sin c \sin \theta', \\ Q \sin J &= -\cos \gamma + 3 \cos N \cos c. \end{aligned} \right\} \quad (B)$$

La somme des carrés de ces trois équations nous donnera, après y avoir substitué au lieu de Q^2 sa valeur $1 + 3 \cos^2 N$,

$$\cos N = \cos \gamma \cos c - \sin \gamma \sin c \cos (\theta' - \theta).$$

Si l'on multiplie les trois équations précédentes (B), la première par $\sin c \cos \theta'$, la seconde par $\sin c \sin \theta'$, la troisième par $\cos c$ et qu'on les ajoute, on a

$$\sin J \cos c + \cos J \sin c \cos (\theta' - d) = \frac{2 \cos N}{(1 + 3 \cos^2 N)^{\frac{1}{2}}},$$

et en y substituant pour $\cos N$ sa valeur, tirée de l'équation $\tan i = 2 \cot N$ (§ 7), on trouvera

$$\sin i = \sin J \cos c + \cos J \sin c \cos (\theta' - d),$$

ce qui s'accorde avec l'équation du § 16.

§ 31. Supposons à présent que Z (fig. 3) soit le zénith de l'observateur, P le pôle du monde, M le pôle magnétique ou le point dans lequel la ligne menée par le centre de la terre

parallèlement à l'axe magnétique coupe le ciel (*), A le point où la direction de l'aiguille aimantée coupe le ciel au-dessus de l'horizon; que l'arc $C Z B$ soit une portion du cercle vertical dont le plan passe par le centre de la sphère magnétique; supposons que l'arc $Z C$ de ce cercle soit égal à c , et que l'arc $Z B$ du même cercle soit la distance au zénith du point où le rayon de la terre mené par le centre de la sphère magnétique coupe le ciel.

Cela posé, nous aurons d'après les notations précédentes, $P Z M = \theta$, $P Z B = \theta'$, $Z M = \gamma$, $Z B = \gamma'$, $Z A = 90 - J$.
 $A Z P = 180 - d$, $C Z M = 180 - (\theta' - \theta)$, $C Z A = \theta' - d$.
 Les équations trouvées ci-dessus,

$$\cos N = \cos \gamma \cos c - \sin \gamma \sin c \cos (\theta' - \theta),$$

$$\sin i = \sin J \cos c + \cos J \sin c \cos (\theta' - d),$$

nous prouvent en même temps que $A C = 90 - i$, $C M = N$.
 Maintenant nous allons prouver que les angles $A C Z$ et $Z C M$ font ensemble 180° , car nous aurons

(*) C'est le point de la surface de la terre, où la direction de l'aiguille aimantée est verticale, qu'on appelle ordinairement le pôle magnétique; mais cette nomination me paraît vicieuse; c'est pourquoi dans la suite je donnerai à cet endroit le nom de *point de la direction verticale de l'aiguille*, ou simplement de *point de l'aiguille verticale*.

$$\cos Z C M = \frac{\cos \gamma - \cos N \cos c}{\sin N \sin c},$$

$$\cos Z C A = \frac{\sin J - \sin i \cos c}{\cos i \sin c} = \frac{Q \sin J - Q \sin i \cos c}{Q \cos i \sin c},$$

mais comme $Q \sin J = -\cos \gamma + 3 \cos N \cos c$ et comme, d'après le § 7, $Q \sin i = 2 \cos N$, $Q \cos i = \sin N$ nous aurons

$$\cos Z C A + \cos Z C M = 0,$$

c'est - à - dire

$$Z C A + Z C M = 180.$$

Cette vérité a été énoncée, quoique d'une manière différente, à la fin du § 7, sect. I. On trouvera la même chose de la manière suivante.

Multiplions la première équation (B) par $+\sin d$ et la seconde par $-\cos d$, la somme de ces produits donnera

$$\sin \gamma \sin (d - \theta) = 3 \cos N \sin c \sin (\theta' - d) \dots (C),$$

et cette équation, étant combinée avec la dernière des équations (B), donnera

$$Q \sin J \sin (\theta' - d) + \cos \gamma \sin (\theta' - d) = \sin \gamma \cot c \sin (d - \theta).$$

Multiplions la première des équations (B) par $\sin \theta'$ et la seconde par $-\cos \theta'$, la somme de ces produits donnera

$$Q \cos J \sin (\theta' - d) = \sin \gamma \sin (\theta' - \theta)$$

les deux dernières équations nous donneront à la fin:

$$\text{tang } J \sin (\theta' - \theta) + \cot \gamma \sin (\theta' - d) = \cot c \sin (d - \theta).$$

Ce qui prouve de nouveau que les arcs AC et CM appartiennent au même grand cercle, de sorte que

$$AM = 90^\circ - i + N = 180^\circ - U,$$

voir sect. 1. § 7 page 24.

§ 32. La construction de la fig. 3. donne un moyen court et commode pour calculer la déclinaison et l'inclinaison de l'aiguille magnétique pour un lieu donné, si la position du pôle magnétique M et celle du centre de la sphère magnétique sont connues. Pour déterminer la position de ces deux points supposons, comme nous l'avons fait dans la seconde section § 12, que φ et λ soient la latitude et la longitude géographique de l'observateur; π et ψ la distance au pôle nord et la longitude géogr. du point B , où le rayon terrestre mené par le centre de la sphère magnétique coupe le ciel; de sorte que $ZPB = \psi - \lambda$, $PB = \pi$. Supposons encore que $PM = k$ et $ZPM = \omega - \lambda$, nous aurons

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma' &= \cos \pi \sin \varphi + \sin \pi \cos \varphi \cos (\psi - \lambda) \\ \cos \theta' \sin \gamma' &= \cos \pi \cos \varphi - \sin \pi \sin \varphi \cos (\psi - \lambda) \\ \sin \theta' \sin \gamma' &= \sin \pi \sin (\psi - \lambda) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

et

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma &= \cos k \sin \varphi + \sin k \cos \varphi \cos (\omega - \lambda), \\ \cos \theta \sin \gamma &= \cos k \cos \varphi - \sin k \sin \varphi \cos (\omega - \lambda), \\ \sin \theta \sin \gamma &= \sin k \sin (\omega - \lambda), \end{aligned} \right\} 2$$

on aura donc, dans le triangle CMZ , l'angle $CZM = 180^\circ - (\theta' - \theta)$, le côté $ZM = \gamma$, le côté $CZ = c$ qu'on trouvera par la dernière formule du § 16

$$\text{tang} \left(\frac{1}{2} \gamma' + c \right) = \frac{1 + e}{1 - e} \text{tang} \frac{1}{2} \gamma';$$

puis, en faisant l'angle $ZCM = \delta$, on aura

$$\cos N = \cos \gamma \cos c - \sin \gamma \sin c \cos (\theta' - \theta),$$

$$\cos \delta \sin N = \cos \gamma \sin c + \sin \gamma \cos c \cos (\theta' - \theta),$$

$$\sin \delta \sin N = \sin \gamma \sin (\theta' - \theta).$$

Enfin la résolution du triangle ZAC , dans lequel $ACZ = 180^\circ - \delta$, $CZA = \theta' - d$, $AC = 90^\circ - i$, $AZ = 90^\circ - J$ et $ZC = c$, nous donnera la déclinaison et l'inclinaison de l'aiguille magnétique d'après les formules

$$\sin J = \sin i \cos c - \cos i \sin c \cos \delta,$$

$$\cos (\theta' - d) \cos J = \sin i \sin c + \cos i \cos c \cos \delta,$$

$$\sin (\theta' - d) \cos J = \cos i \sin \delta,$$

où

$$\text{tang} i = 2 \cot N \quad (\S 7).$$

§ 33. Pour faire usage des formules données ci-dessus il faut connaître les valeurs de k, ω, π, ψ, e . Nous avons déjà déterminé les trois dernières (sect. I); mais on peut trouver une équation qui, étant appliquée aux observations, donnera tous les cinq éléments à la fois. Pour y parvenir reprenons les équations

$$Q \cos X = \cos \alpha - \frac{3M}{r} (x - \xi),$$

$$Q \cos Y = \cos \beta - \frac{3M}{r} (y - \eta),$$

$$Q \cos Z = \cos \gamma - \frac{3M}{r} (z - \zeta),$$

et multiplions

la 1-re par $(y - \eta) \cos \gamma - (z - \zeta) \cos \beta,$

2-de par $(z - \zeta) \cos \alpha - (x - \xi) \cos \gamma,$

3-me par $(x - \xi) \cos \beta - (y - \eta) \cos \alpha,$

nous aurons

$$\begin{aligned} & (y \cos \gamma - z \cos \beta) \cos X + (z \cos \alpha - x \cos \gamma) \cos Y \\ & \quad + (x \cos \beta - y \cos \alpha) \cos Z \\ &= (\eta \cos \gamma - \zeta \cos \beta) \cos X + (\zeta \cos \alpha - \xi \cos \gamma) \cos Y \\ & \quad + (\xi \cos \beta - \eta \cos \alpha) \cos Z. \end{aligned}$$

Mais comme

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 1,$$

$$\xi = e \cos \alpha', \quad \eta = e \cos \beta', \quad \zeta = e \cos \gamma',$$

$$\cos X = F \cos J \cos d, \quad \cos Y = F \cos J \sin d, \quad \cos Z = \frac{1}{6^*} F \sin J,$$

nous aurons

$$\begin{aligned} \cos J(\cos \alpha \sin d - \cos \beta \cos d) &= e \cos J \cos d (\cos \beta' \cos \gamma - \cos \beta \cos \gamma') \\ &+ e \cos J \sin d (\cos \gamma' \cos \alpha - \cos \gamma \cos \alpha') \\ &- e \sin J (\cos \alpha' \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta'), \end{aligned}$$

où

$$\cos \gamma = \cos k \sin \varphi + \sin k \cos \varphi \cos (\omega - \lambda),$$

$$\cos \alpha = \cos k \cos \varphi - \sin k \sin \varphi \cos (\omega - \lambda),$$

$$\cos \beta = \sin k \sin (\omega - \lambda),$$

et

$$\cos \gamma' = \cos \pi \sin \varphi + \sin \pi \cos \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

$$\cos \alpha' = \cos \pi \cos \varphi - \sin \pi \sin \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

$$\cos \beta' = \sin \pi \sin (\psi - \lambda).$$

Si $PQ = P$ est l'arc perpendiculaire au cercle mené par les points B et M , v étant la longitude de cet arc, on aura encore,

$$\cos k = \cos QM \cos P,$$

$$\sin (v - \omega) \sin k = \sin QM,$$

$$\cos (v - \omega) \sin k = \cos QM \sin P,$$

et

$$\cos \pi = \cos QB \cos P,$$

$$\sin (v - \psi) \sin \pi = \sin QB,$$

$$\cos (v - \psi) \sin \pi = \cos QB \sin P,$$

d'où l'on tire

$$\cos k = \cos Q M \cos P,$$

$$\sin (\omega - \lambda) \sin k = \cos Q M \sin P \sin (v - \lambda) - \sin Q M \cos (v - \lambda),$$

$$\cos (\omega - \lambda) \sin k = \cos Q M \sin P \cos (v - \lambda) + \sin Q M \sin (v - \gamma),$$

et

$$\cos \pi = \cos Q B \cos P,$$

$$\sin (\psi - \lambda) \sin \pi = \cos Q B \sin P \sin (v - \lambda) - \sin Q B \cos (v - \lambda),$$

$$\cos (\psi - \lambda) \sin \pi = \cos Q B \sin P \cos (v - \lambda) + \sin Q B \sin (v - \lambda),$$

par conséquent

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos Q M (\sin \varphi \cos P + \cos \varphi \sin P \cos (v - \lambda)) \\ &\quad + \sin Q M \cos \varphi \sin (v - \lambda), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos Q M (\cos \varphi \cos P - \sin \varphi \sin P \cos (v - \lambda)) \\ &\quad - \sin Q M \sin \varphi \sin (v - \lambda), \end{aligned}$$

$$\cos \beta = \cos Q M \sin P \sin (v - \lambda) - \sin Q M \cos (v - \lambda),$$

et de la même manière

$$\begin{aligned} \cos \gamma' &= \cos Q B (\sin \varphi \cos P + \cos \varphi \sin P \cos (v - \lambda)) \\ &\quad + \sin Q B \cos \varphi \sin (v - \lambda), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha' &= \cos Q B (\cos \varphi \cos P - \sin \varphi \sin P \cos (v - \lambda)) \\ &\quad - \sin Q B \sin \varphi \sin (v - \lambda), \end{aligned}$$

$$\cos \beta' = \cos Q B \sin P \sin (v - \lambda) - \sin Q B \cos (v - \lambda).$$

Ces équations nous donneront

$$\begin{aligned} \cos \beta' \cos \gamma - \cos \beta \cos \gamma' &= -\sin h \sin P \cos \varphi \\ &\quad - \sin h \cos P \sin \varphi \cos (v - \lambda), \end{aligned}$$

$$\cos \gamma' \cos \alpha - \cos \gamma \cos \alpha' = + \sin h \cos P \sin (v - \lambda),$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha' \cos \beta - \cos \alpha \cos \beta' &= -\sin h \sin P \sin \varphi \\ &\quad - \sin h \cos P \cos \varphi \cos (v - \lambda), \end{aligned}$$

où $h = QB - QM$. On aura enfin

$$\cos d \sin k \sin (\omega - \lambda) + \sin d (\sin k \sin \varphi \cos (\omega - \lambda) - \cos \varphi \cos k)$$

$$= e \sin h \left\{ \begin{aligned} &(\cos \varphi \cos d - \tan J \sin \varphi) \sin P \\ &+ (\sin \varphi \cos d + \tan J \cos \varphi) \cos P \cos (v - \lambda) \\ &- \sin d \cos P \sin (v - \lambda) \end{aligned} \right\}.$$

Si l'on a cinq observations qui donnent les déclinaisons et les inclinaisons de l'aiguille aimantée dans cinq endroits bien éloignés l'un de l'autre, on aura d'après la dernière équation, les inconnues k , ω , P , v et $e \sin h$.

SECTION CINQUIÈME

APPLICATIONS DES FORMULES PRÉCÉDENTES AUX OBSERVATIONS.

§ 34. On peut donner à la dernière équation de la section précédente une autre forme plus commode pour calculer les cinq inconnues k , ω , P , v et $e \sin h$. En effet, si l'on exprime les quantités inconnues de la manière suivante

$$x = \tan k \cos \omega, \quad y = \tan k \sin \omega,$$

$$X = \frac{e \sin h \cos P \cos v}{\cos k}, \quad Y = \frac{e \sin h \cos P \sin v}{\cos k}, \quad Z = \frac{e \sin h \sin P}{\cos k},$$

et si l'on fait, pour abréger le calcul,

$$\cot n = \cos J \cos d, \quad \cot p = \sin \varphi \tan d, \quad \cot q = \frac{\cos n \tan d}{\sin (\varphi + n)},$$

on aura

$$\frac{\sin(\varphi+n) \sin(q+\lambda)}{\cos n \sin q} X - \frac{\sin(\varphi+n) \cos(q+\lambda)}{\cos n \sin q} Y + \frac{\cos(\varphi+n)}{\cos n} Z$$

$$- \frac{\cos(p+\lambda)}{\sin p} x - \frac{\sin(p+\lambda)}{\sin p} y + \cos \varphi \tan d = 0.$$

§ 35. Pour entreprendre le calcul d'après l'équation précédente, il faut avoir les déclinaisons et les inclinaisons observées

en même temps, du moins en cinq endroits très éloignés l'un de l'autre. Ces données d'observation doivent être accordées par rapport aux variations de la direction de l'aiguille aimantée, produites par l'action magnétique du soleil durant les périodes d'une année, de 27 jours et de 24 heures; on doit en même temps tenir compte d'autres anomalies, produites par des causes perturbatrices locales, qui sont beaucoup plus considérables que les variations périodiques dues à l'action du soleil. Mais comme toutes ces inégalités sont inconnues, on ne peut donc pas attendre que l'équation précédente, appliquée aux observations, donne des résultats satisfaisants.

Cependant nous avons déjà trouvé (§ 14 de la seconde section) un moyen pour déterminer la position du centre de la sphère magnétique. On a vu que la distance de ce point au centre de la terre est

$$e = 0,05753,$$

et que le rayon de la terre mené par le centre de la sphère magnétique coupe la surface du globe dans un point, dont la distance au pôle boréal de la terre est

$$\pi = 106^{\circ}. 30'. 25'',$$

et dont la longitude orientale comptée du méridien de Greenwich est

$$\psi = 177^{\circ}. 46'. 5''.$$

J'ai remarqué à la fin du § 15 que les valeurs précédentes de π , ψ et e ne sont qu'approximatives; car nous avons introduit dans l'équation

$$\frac{1}{F^{\frac{2}{3}}(1 - \frac{3}{4}\sin^2 i)^{\frac{1}{3}}} = u - x \sin \varphi - y \cos \lambda \cos \varphi - z \sin \lambda \cos \varphi \quad (\S 14)$$

les inclinaisons magnétiques observées J , au lieu des inclinaisons excentriques i . Après avoir publié les trois premières sections de mes recherches sur l'action magnétique de la terre, j'ai corrigé les valeurs de π , ψ et e selon la méthode exposée dans le § 16, et par suite de deux répétitions du calcul, j'ai trouvé:

Pour la seconde approximation

$$\pi = 95^\circ. 11'. 36'', 5$$

$$\psi = 182. 46. 44. E. de Greenw.$$

$$\log. \frac{1+e}{1-e} = 0,056517.$$

Pour la troisième approximation

$$\pi = 95^\circ. 44'. 27'', 7$$

$$\psi = 183. 49. 6. E de Greenw$$

$$\log. \frac{1+e}{1-e} = 0,0586194.$$

Cela étant trouvé, j'ai composé, en différentiant la dernière équation de la page 37 par rapport à i, u, x, y et z , une relation entre leurs corrections: elle est

$$\frac{\sin i \cos i \delta i}{2F^{\frac{2}{3}}(1 - \frac{3}{4}\sin^2 i)^{\frac{4}{3}}} = \delta u - \delta x \sin \varphi - \delta y \cos \lambda \cos \varphi - \delta z \sin \lambda \cos \varphi,$$

d'où. après avoir remarqué, comme nous l'avons fait à la fin de la première section, que

$$\frac{\sin i}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}\sin^2 i}} = 2 \cos N$$

$$\frac{\cos i}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}\sin^2 i}} = \sin N$$

$$\text{tang } i = 2 \cot N$$

j'ai trouvé

$$\frac{\sin^{\frac{4}{3}} 2N}{(2F)^{\frac{2}{3}} \sin^{\frac{1}{3}} 2i} = \delta u - \delta x \sin \varphi - \delta y \cos \lambda \cos \varphi - \delta z \sin \lambda \cos \varphi,$$

où $\delta u, \delta x, \delta y, \delta z$ sont les corrections cherchées de u, x, y, z , et δi est la correction de i connue d'après la méthode du § 16.

Pour obtenir les quatre corrections inconnues j'ai appliqué l'équation précédente aux neuf premières observations de celles qui m'ont servi (page 35) pour déterminer la position du cen-

tre de la sphère magnétique, et j'ai trouvé par la méthode des moindres carrés

$$\delta u = + 0,0003341$$

$$\delta x = + 0,0005405$$

$$\delta y = + 0,0006395$$

$$\delta z = + 0,0006785$$

ce qui m'a donné définitivement

$$\pi = 95^{\circ}. 29'. 45''$$

$$\psi = 184. 4. 34 \text{ E de Grenew}$$

$$\psi = 181. 44. 10 \text{ E de Paris}$$

$$e = 0,0673746$$

$$\log \frac{1+e}{1-e} = 0,0586095.$$

§ 36. Les valeurs de π , ψ , e étant données, il n'est guère difficile de calculer la direction de l'axe magnétique géocentrique ou, ce qui est la même chose, la position du pôle magnétique sur la surface de la terre. Pour opérer ce calcul, outre les valeurs de π , ψ , e , on n'a besoin d'autre chose que d'avoir connu la déclinaison et l'inclinaison observée dans un endroit quelconque. En effet, supposons que Z (fig. 4) soit le zénith du lieu de l'observation; P le pôle du monde; M le pôle magnétique (§ 31); A le point où la direction de l'aiguille coupe le ciel au-dessus de

l'horizon; B le point on le rayon de la terre mené par le centre de la sphère magnétique coupe le ciel, et nous aurons comme ci-dessus (§ 31 et 32.) $PB = \pi$, $B P Z = \psi - \lambda$, $B Z = \gamma'$, $B Z P = \theta'$; $Z C = c$, $Z A = 90^\circ - J$, $C A = 90^\circ - i$, $a Z P = d$, $C Z A = \theta' - d$; $C M = N$, $Z M = \gamma$, $P Z = 90^\circ - \varphi$, $P Z M = \theta$, $M Z C = 180^\circ - (\theta' + \theta)$.

Cela posé, nous aurons les équations suivantes:

1°. Pour trouver γ' , θ' , c'

$$\cos \gamma' = \cos \pi \sin \varphi + \sin \pi \cos \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

$$\cos \theta' \sin \gamma' = \cos \pi \cos \varphi - \sin \pi \sin \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

$$\sin \theta' \sin \gamma' = \sin \pi \sin (\psi - \lambda),$$

ou, si l'on fait $\tan \xi = \tan \pi \cos (\psi - \lambda)$,

$$\cos \gamma' = \frac{\cos \pi \sin (\varphi + \xi)}{\cos \xi},$$

$$\sin \theta' \sin \gamma' = \frac{\cos \pi \cos (\varphi + \xi)}{\cos \xi},$$

$$\sin \theta' \sin \gamma' = \sin \pi \sin (\psi - \lambda).$$

et $\tan(c + \frac{1}{2}\gamma') = \frac{1+e}{1-e} \tan \frac{1}{2}\gamma'.$

2°. Pour trouver i , N et $Z C M = \delta$.

$$\sin i = \sin J \cos c + \cos J \sin c \cos (\theta' - d),$$

$$\cos \delta \cos i = -\sin J \sin c + \cos J \sin c \cos (\theta' - d),$$

$$\sin \delta \cos i = \cos J \sin (\theta' - d),$$

ou, si l'on fait $\cot \xi' = \cot J \cos (\theta' - d)$,

$$\sin i = \frac{\sin J \sin (c + \xi')}{\sin \xi'},$$

$$\cos \delta \cos i = \frac{\sin J \cos (c + \xi')}{\sin \xi'},$$

$$\sin \delta \cos i = \cos J \sin (\theta' - d),$$

et $\text{tang } N = 2 \cot i,$

3°. Pour trouver γ et θ ,

$$\cos \gamma = \cos N \cos c + \sin N \sin c \cos \delta,$$

$$\cos (\theta' + \theta) \sin \gamma = -\cos N \sin c + \sin N \cos c \cos \delta,$$

$$\sin (\theta' + \theta) \sin \gamma = \sin N \sin \delta,$$

ou, si l'on fait $\text{tang } \xi'' = \text{tang } N \cos \delta,$

$$\cos \gamma = \frac{\cos N \cos (\xi'' - c)}{\cos \xi''},$$

$$\cos (\theta + \theta') \sin \gamma = \frac{\cos N \sin (\xi'' - c)}{\cos \xi''},$$

$$\sin (\theta + \theta') \sin \gamma = \sin N \sin \delta.$$

4°. Pour trouver, enfin, la distance polaire $MP = k$ du pôle magnétique et sa longitude $ZPM = \lambda - \omega$, comptée du méridien du lieu de l'observation

$$\cos k = \cos \gamma \sin \varphi + \sin \gamma \cos \varphi \cos \theta,$$

$$\cos (\lambda - \omega) \sin k = \cos \gamma \cos \varphi - \sin \gamma \sin \varphi \cos \theta,$$

$$\sin (\lambda - \omega) \sin k = \sin \gamma \sin \theta,$$

ou, si l'on fait $\tan \xi''' = \tan \gamma \cos \theta$,

$$\cos k = \frac{\cos \gamma \sin (\varphi + \xi''')}{\cos \xi'''},$$

$$\cos (\lambda - \omega) \sin k = \frac{\cos \gamma \cos (\varphi + \xi''')}{\cos \xi'''},$$

$$\sin (\lambda - \omega) \sin k = \sin \gamma \sin \theta.$$

§ 37. Prenons, pour fixer les idées, les observations faites à New-York, où *Franklin* et *Back* ont trouvé $d = 1^\circ. 31' NO$ et $J = 73^\circ. 14'$. On a la latitude de New-York $\varphi = 40'. 42'$ et sa longitude occidentale comptée du méridien de Paris $\lambda = 76^\circ. 21'$. La longitude occidentale du point *B* étant $178^\circ. 15'. 50''$, l'on aura $\psi - \lambda = 101^\circ. 54'. 50''$. Les équations précédentes nous donneront:

Les équations 1-res:

$$\theta' = 86^\circ. 23'. 35'', 6 \qquad \gamma' = 102^\circ. 36'. 22''$$

$$d = 1. 31. 00, 0 \qquad \frac{1}{2}\gamma' = 51. 18. 11$$

$$\theta' - d = 84. 52. 35, 6 \qquad c + \frac{1}{2}\gamma' = 55. 00. 38$$

$$\qquad \qquad \qquad c = 3. 42. 27$$

Les équations 2-mes:

$$i = 73^\circ. 9'. 58'', 7; N = 31^\circ. 10'. 44'', 1; \delta = 97^\circ. 10'. 55'', 9$$

Les équations 3-mes:

$$\begin{aligned}\gamma &= 31^{\circ}. 50'. 2'', 6; \theta + \theta' = 103^{\circ}. 8'. 26'', 4 \\ \theta' &= 86. 23. 35, 6 \\ \theta &= 16. 44. 50, 8\end{aligned}$$

Les équations 4-mes:

$$\begin{aligned}k &= 20^{\circ}. 27'. 26''; \lambda - \omega = 25^{\circ}. 46'. 37'' \\ \lambda &= 76. 21. 00 \\ \omega &= 50. 34. 23\end{aligned}$$

Remarque. — Comme dans chaque groupe des équations précédentes il y en a trois pour déterminer deux inconnues, le calcul se vérifie donc de lui même; cependant il n'est pas inutile de remarquer que, pour vérifier le calcul, on peut employer encore l'équation (A) du § 31, qui, dans l'exemple que nous venons de calculer, à cause du signe de θ , contraire par rapport à θ' et d , sera

$$\sin \gamma \sin (d + \theta) = 3 \cos N \sin c \sin (\theta' - d).$$

Nous avons trouvé

$$\begin{aligned}\theta &= 16^{\circ}. 44'. 50'', 8 \\ d &= 1. 31. 00, 0 \\ \theta + d &= 18. 15. 50, 8;\end{aligned}$$

donc

$\log \sin (d + \theta) = 9. 4960958$	$\log 3 = 0. 4771213$
$\log \sin \gamma = 9. 7221902$	$\log \cos N = 9. 9322479$
$\underline{9. 2182860}$	$\log \sin c = 8. 8106554$
	$\log \sin (\theta' - d) = 9. 9982613$
	$\underline{9. 2182859}$

§ 38. J'ai calculé de la sorte un grand nombre d'observations, et pour mettre en évidence toutes les anomalies des résultats que j'en ai obtenus, je vais les grouper par régions dans les tableaux suivants, qui nous mettront à même d'examiner la cause, à la quelle ces anomalies doivent être attribuées.

I. T A B L E A U.

Longit. occid. des lieux de l'observation.	Latitude des lieux de l'observat.	Déclinaison.	Inclinaison.	Distance polaire du pôle magnétique.	Longitude occid. du pôle magnétique.	Nom du lieu et époque de l'observation.
0° 0' 0"	48° 50' 14"	22° 12' 0" NO	67° 41' 00"	17° 18' 22"	54° 31' 00"	Paris. 1829.
18°.43.17	28.28.10	21.00. 0 —	57. 6.12	20. 9.41	64.24.42	Ténériff. 1822.
22.58. 0	63.54.00	40.49. 0 —	76.40.42	19.12.45	62.41.26	Selsund. 1836.
62.16.24	72.00.00	80.55.15 —	84.14.55	20.48.55	63.56 44	Sur la glace. 1819.
64.10.24	63.58.00	61.11.20 —	83. 4.25	23. 6.51	68.45 39	Sur la glace. 1819.
76.21.00	40.42.00	1.31.00 —	73.14.00	20.27.26	50.34.23	New-York.
79.42.54	73.31.00	103.46.20 —	86. 3.45	20 40.30	68.51. 6	Baie Possession. 1819.
90.30.24	73.33.00	115.37. 5 —	87.35.45	19. 5.32	68.26 46	Détroit du Regent. 1819.
92. 1.24	72.45 00	118.16.15 —	88.26.40	19.38.30	64.20 37	Idem.
99.12.00	70. 5.00		90.00 00	20.40.39	65 40.46	Ross. 1832. (*)
106. 4.54	75. 9.00	165.50. 5 NE	88.25 35	18.19.25	66 00.30	Ile Byam Martin. 1819.
112.54.24	74.47.00	126.17.10 —	88.29.55	17.31.15	70.24.50	Baie de l'Hécla. 1819.
113. 9.24	74 47.13	117.47.50 —	88.43.30	16 57.18	64.32.00	Ile Melville. 1820.
124 47.54	37.48.38	15. 6.29 —	62.38.13	17. 2 50	40. 5.50	SanFranciscoCalif.1829.
137.49.30	57. 2.52	28.19.22 —	75.43.15	18.35.38	48.16.31	Sitka. 1829.
				19.18.22	61.26.11	Moyenne

(*) Pour trouver la position du pôle magnétique, quand on connaît celle de l'aiguille verticale, on aura

$$i = 90 - c, \text{ tang } N = 2 \cot i, \gamma = c + N \text{ et } \theta = 180 - \theta'.$$

L'inspection du tableau précédent nous fait voir toute l'étendue de la région dans laquelle l'axe magnétique coupe la surface du globe terrestre à $70^{\circ}.41'.38''$ de latitude boréale et à $61^{\circ}.26'.11''$ de longitude occidentale, comptée du méridien de Paris.

II. T A B L E A U.

Longitude des lieux d'observation.	Latitude des lieux d'observation.	Déclinaison.	Inclinaison.	Distance polaire du pôle N. magnét.	Longitude occid. du pôle N. magnét.	Localités.
$18^{\circ}33'17''$ O	$28^{\circ}28'10''$ N	$21^{\circ}00'00''$ NO	$+57^{\circ}6'12''$	$20^{\circ}9'12''$	$64^{\circ}35'42''$	Ténériff 1822.
8. 2.55 —	$15.55.00$ S	$19.34.30$ —	— 15.312	$20.29.52$	$82.47.18$	Ste. Hélène 1825.
16. 3.45 E	$33.55.15$ —	$26.30.31$ —	— 50.473	$22.5.17$	$87.35.3$	C. de B. Es. 1818.
55. 8.26 —	$20.9.56$ —	$12.46.26$ —	— 55.645	$19.29.3$	$109.23.44$	Ile de Fran. 1818.
				$20.33.28$	$86.5.27$	Moyenne

On voit que la latitude du pôle nord magnétique est presque la même pour l'Afrique et pour l'Amérique septentrionale, mais la longitude moyenne du dernier tableau est plus occidentale que celle du tableau I.

III. T A B L E A U.

Longit. occid. des lieux d'observation.	Latitude des lieux d'observation.	Déclinaison.	Inclinaison.	Dist. polaire du pôle N. magnét.	Long. occ. du pôle N. magnét.	Localités.
40°53'00"	12°59'00" S	2°00'00" NO	+ 4°12'00"	13°26'27"	48°13'37"	Bahia 1822.
46.41.48	2.31.43 —	1.37.00 NE	+23. 6.00	14. 2. 7	33. 9.43	Maranham 1822.
51.00.50	27.25.32 —	6.26.12 —	—22.53.30	13.37.56	32. 8.17	S-ta Cathar. 1824.
60.34.32	51.31.44 —	19. 7.18 —	—54.41.24	14.22.19	17.45.26	Iles Malouines 1822.
83.32.28	5. 6. 4 —	8.55.36 —	+ 4. 6.24	10.49. 9	24.51.10	Payta 1822.
				13.15.36	31.13.39	Moyenne

Ces résultats nous montrent que la direction de l'axe magnétique de l'Amérique australe coupe l'hémisphère boréal de la terre à 76°. 44'. 24" de latitude et 31°. 13'. 39" de longitude occidentale, comptée du méridien de Paris.

IV. T A B L E A U.

Longit. orient. des lieux d'observation.	Latitude des lieux d'observation.	Déclinaison.	Inclinaison.	Dist. polaire du pôle N. magnét.	Long. occ. du pôle N. magnét.	Localités.
86° 1' 00"	22° 34' 0" N	2° 38' 00" NE	+26° 32' 54"	8° 45' 50"	92° 45' 17"	Calcuta.
110. 23. 2	7.12.31 S	0.10.24 NO	—26.32.36	7.30.40	87.37.11	Sourabaya.
110. 59. 13	25.43.21 —	3.38. 4 —	—54.52.45	9 48.57	89.49.13	B. de Ch. Marins.
128. 22. 39	0. 1.47 —	1. 1.42 NE	—13 34.18	7.36 39	68.29. 2	H. d'Offak.
145. 3. 36	42.52.00 —	10.24.00 —	—70.32 00	13.20. 9	88 55.36	Hobarton 1841.
145. 10. 00	67. 4.00 —	12.35 00 —	—87.30.00	12.35 35	74.27.34	B de Desapoint.
148. 48. 00	33.51.34 —	9.36.00 —	—62.47. 7	12.50.23	87. 8.11	Sidney.
161. 40. 00	76.12.00 —	109.24.00 —	—88.40. 0	7.45. 5	75.28.35	Ross.
171. 39. 00	35.16.00 —	13.36.00 —	—59.29. 0	11.28.57	91.10.12	Bay of Islan. 1841
200. 57. 57	20.52. 7 N	8.49.20 —	+41.39.22	9.28.12	69.25.28	Sandwich.
				9. 7. 3	82.31.38	Moyenne

7*

Ce dernier tableau embrasse la Nouvelle Hollande, toute la Polynésie, le grand océan, la mer des Indes et l'océan antarctique, et on voit que l'axe magnétique de toutes ces régions coupe la surface boréale de la terre à 80°. 52'. 57" de latitude et à 82°. 31'. 38" de longitude à l'Ouest de Paris.

On peut conclure des tableaux I, II, III, IV que l'Amérique septentrionale, l'Amérique méridionale, l'Afrique et l'Océanie ont chacune son axe particulier dont la position est, à peu de chose près, constante pour toute l'étendue de chaque région. Quant à l'Europe et à l'Asie septentrionale on verra dans le tableau suivant que la direction de l'axe magnétique y change très régulièrement à mesure qu'on avance de l'ouest à l'est.

V. T A B L E A U.

Longit. orient. des lieux d'observation.	Latitude.	Déclinaison.	Inclinaison.	Dist. polaire du pôle N. magnét.	Long. occid. du pôle N. magnét.	Localités.
0° 00' 00"	48° 50' 14"	22° 12' 00" NO	67° 41' 00	17° 18' 22"	54° 31' 50"	Paris 1829.
27. 57. 28	59. 56. 29	6.48.20 —	71. 14. 35	8.40.30	42.44.26	St. Pétersbourg.
46. 47. 10	55. 47. 25	2.22. 1 —	68. 25. 18	4.57.53	35.55.12	Kazan.
65. 55. 41	58. 11. 24	9 39. 9 —	70 59. 52	3. 6.34	11.17.49	Tobolsk.
81. 36. 42	53. 19. 51	7.20.30 —	62. 15. 24	4 24.33	23. 0.37	Barnaül.
85. 17. 50	65. 54. 56	15.00.54 —	77. 45. 42	4.57.15	18.47.40	Touroukhansk.
101. 59. 30	52. 16. 20	1.52.18 —	68. 9. 42	8. 9.46	10.16.30	Yrkoutsk.
109. 11. 00	59. 7. 15	0.35.34 —	73. 54. 26	9.23.30	— 3.45.41	Parchinsk.
114. 6. 00	39. 54. 00	1.48.00 —	54. 48. 9	8.33.47	33.17.12	Pékin.
127. 24. 35	62. 1. 29	5 50.26 —	74. 23. 50	12.19.00	— 7.58.51	Iakutsk.
140. 51 10	59. 21. 29	2.17. 4 —	70. 40. 49	13 15.27	6.23.11	Okhotsk.
156. 19. 48	53. 00. 27	4. 5.45 —	63. 50. 28	14.15.52	21. 3.40	Port de S. Franç.

Il résulte du dernier tableau que dans la partie septentrionale de l'ancien continent la latitude du pôle magnétique croît à mesure qu'on avance de Paris jusqu'au méridien moyen du continent, et décroît ensuite pour devenir *minimum* en Amérique septentrionale. Dans le sens du méridien, en allant du nord au sud, les changements de la latitude du pôle magnétique dans la partie septentrionale de l'ancien continent sont presque insensibles; car à Touroukhansk (66° de lat.) elle est de $85^{\circ}.3'$ et à Barnaül (53° de lat.) de $85^{\circ}.35'$; mais plus au sud, à Calcuta par exemple, la latitude du pôle magnétique décroît jusqu'à $81^{\circ}.14'$: il n'y a qu'un seul méridien (entre 102° et 114° de longitude orient.), où la latitude du pôle magnétique n'a pas de changement sensible; ce qu'on verra dans le tableau suivant:

à	Parchinsk	$59^{\circ}.7'$	de lat	N,	$109^{\circ}.11'$	de long.	E,	$k=9^{\circ}.23'$
—	Irkoutsk	52.16	—	—	102.00	—	—,	$k=8.10$
—	Pékin	39.54	—	—	114.6	—	—,	$k=8.34$
—	Sourabaya	7.13	—	S.	110.23	—	—,	$k=7.31$
—	B. de Chiens Mar:	25.43	—	—	110.59	—	—,	$k=9.49.$

La longitude du pôle magnétique se change presque de la même manière comme sa latitude au nord de l'Europe et de l'Asie; et aussi comme elle, n'a pas de trop grands changements dans chacune des régions, renfermées dans les tableaux I, II, III et IV.

§ 39. La comparaison des tableaux précédents nous autorise à déduire une conclusion essentiellement différente de celle

qui a été émise par Mr. Barlow. Ce savant a cru que chaque lieu avait son axe magnétique, ce qui n'est juste que pour la partie septentrionale de l'ancien continent. Quant à l'Amérique septentrionale, l'Amérique australe, l'Afrique et l'Océanie, toutes ces vastes contrées paraissent avoir, comme nous l'avons vu plus haut, chacune son axe magn. particulière, presque invariable dans toute l'étendue de chaque contrée. Il paraît que les grandes masses de terre, presque désunies, par exemple l'Afrique et les deux Amériques, peuvent être considérées comme autant d'aimants qui altèrent la direction de l'axe magnétique de la terre dans leur voisinage. Dans le grand océan austral cette direction dépend, peut être, de la profondeur de la mer. Quant à la partie septentrionale de l'Europe et de l'Asie, il est possible que plusieurs causes communes, comme la présence des montagnes, (*) la nature du sol, la direction des vents et quelques phénomènes atmosphériques, agissent d'une manière tant soit peu analogue sur le magnétisme de la terre comme sur sa température moyenne dans les mêmes endroits; de sorte que la distribution du magnétisme terrestre se trouve, peut être, en rapport quelconque avec les sinuosités des lignes isothermes.

§ 40. Il est probable que les valeurs de π , ψ et e , données dans le § 35, ne sont pas déterminées avec l'exactitude suffisante: on doit même s'y attendre, car pour calculer ces va-

•(*) Mr Castelneau dans son expedition scientifique à travers l'Amérique, qu'il a entrepris de traverser d'une mer à l'autre, a rencontré un point dans le Brésil, où par suite de voisinage du rocher magnétique, l'aiguille aimantée n'a pas présenté moins de 53° de déclinaison orientale.

leurs nous avons admis les inclinaisons de l'aiguille, ses déclinaisons et les intensités de la force magnétique de la terre, sans faire attention à leurs variations périodiques et séculaires, ni à leurs anomalies locales. Dans l'état actuel de nos connaissances sur le magnétisme terrestre on est encore, sous ce rapport, loin de la perfection avec laquelle on fait les calculs astronomiques. Quand la pareille exactitude sera atteinte, il est probable qu'on aura plus d'accord entre les résultats fournis par les cinq tableaux précédents; néanmoins ces résultats et les valeurs de π , ψ , e , déterminées plus haut (§ 35), tout inexacts qu'elles sont, nous donnent le moyen de déterminer la déclinaison et l'inclinaison magnétique dans un lieu donné sans y avoir fait les observations.

Pour fixer les idées, prenons les observations faites par Mr. Duperrey à Sainte-Hélène, où il a trouvé la déclinaison $19^{\circ}.34'.30''$, l'inclinaison $= -15^{\circ}.3'.12''$, la latitude $= 15^{\circ}.55'.S.$ et la longitude $= 8^{\circ}.2'55''.O.$, et supposons qu'on desire savoir quelle est la déclinaison et l'inclinaison magnétique à l'île de l'Ascension, dont la latitude $\varphi = 7^{\circ}.55'.10''.S.$ et la longitude $\lambda = 16^{\circ}.44'.26''.O.$

Nous trouverons d'abord par les équations 1, 2, 3 et 4 du § 36, d'après les observations faites à Sainte-Hélène

$$k = 20^{\circ}.29'.52'';$$

$$\omega = 82^{\circ}.47'.18''.O$$

$$\lambda = 16.44.26.O$$

$$\omega - \lambda = 66.2.52$$

et puis pour calculer la déclinaison et l'inclinaison magnétique à l'île de l'Ascension nous aurons les équations suivantes:

1°: Pour trouver γ' , θ' , c :

$$\cos \gamma' = \cos \pi \sin \varphi + \sin \pi \cos \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

$$\cos \theta' \sin \gamma' = \cos \pi \cos \varphi - \sin \pi \sin \varphi \cos (\psi - \lambda),$$

$$\sin \theta' \sin \gamma' = \sin \pi \sin (\psi - \lambda),$$

ou, si l'on fait $\tan \xi = \tan \pi \cos (\psi - \lambda)$,

$$\cos \gamma' = \frac{\cos \pi \sin (\varphi + \xi)}{\cos \xi},$$

$$\cos \theta' \sin \gamma' = \frac{\cos \pi \cos (\varphi + \xi)}{\cos \xi},$$

$$\sin \theta' \sin \gamma' = \sin \pi \sin (\psi - \lambda),$$

$$\text{et } \tan (c + \tfrac{1}{2} \gamma') = \frac{1+e}{1-e} \tan \tfrac{1}{2} \gamma',$$

or $\pi = 95^\circ.29'.45''$; $\psi = 178^\circ.15.50$. O de Paris

$$\tan \frac{1+e}{1-e} = 0,0586095; \varphi = -7^\circ.55'.10''; \psi - \lambda = 161^\circ.31'.25'',$$

donc $\theta' = 125^\circ.29'29'',4$; $\gamma' = 157^\circ.12'.16'',2$; $c = 1^\circ.24'.28'',4$.

2° Pour trouver γ et θ :

$$\cos \gamma = \cos k \sin \varphi + \sin k \cos \varphi \cos (\omega - \lambda),$$

$$\cos \theta \sin \gamma = \cos k \cos \varphi - \sin k \sin \varphi \cos (\omega - \lambda),$$

$$\sin \theta \sin \gamma = \sin k \sin (\omega - \lambda),$$

ou, si l'on fait $\text{tang } \xi' = \text{tang } k \cos (\omega - \lambda)$,

$$\cos \gamma = \frac{\cos k \sin (\varphi + \xi')}{\cos \xi'},$$

$$\cos \theta \sin \gamma = \frac{\cos k \cos (\varphi + \xi')}{\cos \xi'},$$

$$\sin \theta \sin \gamma = \sin k \sin (\omega - \lambda).$$

Or $k = 20^\circ 29' 52''$; $\omega - \lambda = 66^\circ 2' 52''$

donc $\gamma = 89^\circ 19' 36'',9$; $\theta = 18^\circ 39' 54'',8$;

3° Pour trouver N et δ :

$$\cos N = \cos \gamma \cos c - \sin \gamma \sin c \cos (\theta' - \theta),$$

$$\cos \delta \sin N = \cos \gamma \sin c + \sin \gamma \cos c \cos (\theta' - \theta),$$

$$\sin \delta \sin N = \sin \gamma \sin (\theta' - \theta),$$

ou, si l'on fait $\text{tang } \xi'' = \text{tang } \gamma \cos (\theta' - \theta)$,

$$\cos N = \frac{\cos \gamma \cos (c + \xi'')}{\cos \xi''},$$

$$\cos \delta \sin N = \frac{\cos \gamma \sin (c + \xi'')}{\cos \xi''},$$

$$\sin \delta \sin N = \sin \gamma \sin (\theta' - \theta),$$

$$\tan i = 2 \cot N,$$

Or $\gamma = 89^\circ 19' 36'',9$; $\theta' - \theta = 106^\circ 49' 34'',6$,

donc $\delta = 106^\circ 48' 20'',3$; $N = 88^\circ 55' 10'',5$; $i = 2^\circ 9' 36'',1$

4° Pour trouver d et J :

$$\sin J = \sin i \cos c - \cos i \sin c \cos \delta,$$

$$\cos (\theta' - d) \cos J = \sin i \sin c + \cos i \cos c \cos \delta,$$

$$\sin (\theta' - d) \cos J = \cos i \sin \delta,$$

ou, si l'on fait $\tan \xi''' = \cot i \cos \delta$,

$$\sin J = \frac{\sin i \cos (c + \xi''')}{\cos \xi'''},$$

$$\cos (\theta' - d) \cos J = \frac{\sin i \sin (c + \xi''')}{\cos \xi'''},$$

$$\sin (\theta' - d) \cos J = \cos i \sin \delta.$$

Or $i = 2^\circ 9' 36'', 1$ $\delta = 106^\circ 48' 20'', 3$

donc $J = 2^\circ 34' 00''$ $\theta' - d = 106^\circ 45' 00''$

$\theta' = 125. 29. 29$

$d = 18^\circ 44' 29'' \text{ NE}$

Mr. Duperrey a trouvé, par les observations, $d = 16^\circ 52' 18'' \text{ NE}$, $J = + 1^\circ 58' 12''$. Cet accord est assez suffisant pour la distance de 250 lieues entre la station où l'on a fait les observations, et la station où la direction de l'aiguille aimantée a été trouvée par le calcul; avec la distance moins grande, l'on doit attendre une exactitude plus complète, sauf les causes locales. En cas de besoin on peut déterminer la déclinaison et l'inclinaison magnétique sans les avoir observées nulle part. Pour cela on n'a qu'à prendre la position moyenne du pôle magnétique dans les tableaux précédents, selon le parage pour lequel on veut faire le calcul.

SECTION SIXIÈME

MÉTHODE POUR DÉTERMINER LA POSITION DES POINTS OÙ L'AIGUILLE
PREND LA DIRECTION VERTICALE.

§ 41. La position des points, où l'aiguille aimantée est perpendiculaire à l'horizon, est depuis longtemps l'objet des recherches de plusieurs physiciens. Trois grands navigateurs de trois nations,—Anglaise, Française et Russe, se sont occupés de cet objet curieux et utile pour les progrès de la géographie physique. Sir James Clark Ross a reconnu que le point nord de l'aiguille verticale se trouvait en 1832 sur la terre Boothia-Felix par $70^{\circ} 5'$ de latitude *B.* et $99^{\circ} 12'$ de long. à l'ouest de Paris et que le point sud était en 1841 par $75^{\circ} 6'$ de lat. *A.* et $151^{\circ} 56'$ de longit. orient. Mr. Duperrey place en 1837 le premier de ces points par $70^{\circ} 10' N.$ et $100^{\circ} 10'. 0$ et le second par $75^{\circ} 0' S.$ et $136^{\circ} 0'. E.$ Mr. Bellinshausen, après avoir fait sa glorieuse circumnavigation du globe, pense que le point sud se trouvait placé en 1820 par $74^{\circ} 6'$ de lat. *A.* et $137^{\circ} 43'$ de long. à l'est de Paris. Mais, parmi tous ces résultats, il n'y a que la position du point nord qui a été déterminée par sir J. Ross d'une manière directe; car il a obtenu l'inclinaison magnétique de 90° sur la place même. Cette dernière méthode, toute suffisante qu'elle est pour nos connaissances actuelles sur les lois du magnétisme terrestre, ne prévient cependant pas quelques objections. D'abord, l'inclinaison de 90° obtenue par Mr. Ross pouvait être

dénaturée par quelque cause perturbatrice locale, et puis la plus petite erreur de nos instruments peut ramener l'aiguille dans la direction verticale loin de l'endroit où cette direction devait être naturelle; parceque, dans les régions voisines du point de l'aiguille verticale, il suffit de se tromper de quelques secondes dans l'inclinaison mag. pour avoir des résultats beaucoup trop erronés. Quant à la position du point sud de l'aiguille verticale, elle est déterminée par tous les investigateurs de cet objet d'une manière encore plus incertaine, tantôt par les tracées des lignes d'égale inclinaison ou d'égale intensité, tantôt par les seules déclinaisons, en cherchant le point où se coupent les directions de l'aiguille horizontale. Pour la plupart ce sont des méthodes graphiques fondées sur les observations faites dans les stations, souvent trop éloignées du point dont on cherche la position. Le Capit. Ross a été plus près de ce point que tous les autres navigateurs quand, en vue de la terre Victoria, il a trouvé, étant par $76^{\circ} 12' S.$ et $161^{\circ} 40' E.$, l'inclinaison de $88^{\circ} 40'$ et la déclinaison $109^{\circ} 24' E.$ Cette observation lui a servi pour déterminer la position, citée ci-dessus, du point sud de l'aiguille verticale. Pour obtenir cette position il a appliqué à ses observations faites à la terre Victoria, la formule de Bowdich ou Krafft (*); mais cette formule résulte de l'hypothèse que le centre de la sphère magnétique intérieure, ou, comme disent les autres physiciens, le centre d'action magnétique de la terre, est concentrique avec le globe terrestre, ce qui est démenti par toutes les observations et les recherches postérieures.

(*) Voir § 9, 10 et 11 de la seconde section.

§ 42. Après tout ce que je viens de remarquer plus haut, il me paraît plus naturel de résoudre le problème du point où l'aiguille est verticale de la manière suivante : après avoir déterminé par les observations la déclinaison et l'inclinaison magnétique dans plusieurs endroits voisins du point dont il est question, il faut calculer la position du pôle magnétique pour chaque lieu de l'observation comme nous l'avons fait dans la section précédente. Cela étant trouvé, supposons que k soit la moyenne de toutes les distances polaires et que ω soit la moyenne de toutes les longitudes du pôle magnétique qu'on aura obtenues par le calcul.

A présent, si l'on fait $J = 90$, les équations du § 31

$$Q \cos J \sin (\theta' - d) = \sin \gamma \sin (\theta' - \theta),$$

$$\sin i = \sin J \cos c + \cos J \sin c \cos (\theta' - d),$$

$$\cos N = \cos \gamma \cos c - \sin \gamma \sin c \cos (\theta' - \theta),$$

nous donneront

$$\sin (\theta' - \theta) = 0 ; \quad \theta' - \theta = 180^\circ;$$

$$\sin i = \cos c ; \quad i = 90^\circ - c;$$

$$\cos N = \cos (\gamma - c) ; \quad \gamma = N + c.$$

Supposons (fig. 5) que P soit le pôle du monde, M le pôle magnétique, Z le zénith du point où la direction de l'aiguille est verticale, B le point où le rayon de la terre mené par le centre de la sphère magnétique coupe le ciel, et soit $B P M = s$,

$P B M = b$, $P M B = m$, $P Z = p$, $B P Z = x$, on aura
 $P B = \pi$, $P M = k$, $B Z = \gamma'$, $M Z = \gamma$, $P Z M = \theta$. Cela
 posé nous aurons les équations

$$\cos (\gamma + \gamma') = \cos k \cos \pi + \sin k \sin \pi \cos s,$$

$$\cos b \sin (\gamma + \gamma') = \cos k \sin \pi - \sin k \cos \pi \cos s,$$

$$\sin b \sin (\gamma + \gamma') = \sin k \sin s,$$

ou, si l'on fait $\text{tang } \xi = \text{tang } k \cos s$,

$$\left. \begin{aligned} \cos (\gamma + \gamma') &= \frac{\cos k \cos (\pi - \xi)}{\cos \xi}, \\ \cos b \sin (\gamma + \gamma') &= \frac{\cos k \sin (\pi - \xi)}{\cos \xi}, \\ \sin b \sin (\gamma + \gamma') &= \sin k \sin s, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ces équations nous donneront $\gamma + \gamma'$ et b .

Supposons $\gamma + \gamma' = a$ et nous aurons $N + c + \gamma' = a$,
 $\gamma' + c = a - N$, $\sin (\gamma' + c) = \sin (a - N)$, $e \sin (\gamma' + c)$
 $= e \sin (a - N)$ et comme, d'après la fig. 2, $\sin c = e \sin (\gamma' + c)$,
 donc $\sin c = e \sin (a - N)$. Nous avons remarqué plus haut que
 $c = 90^\circ - i$ ce qui nous donnera $\cos i = e \sin (a - N)$; cette
 équation, étant combinée avec $\text{tang } i = 2 \cot N$, donnera

$$\frac{\sin N}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 N}} = e \sin (a - N). \quad (2)$$

Au moyen de la dernière équation nous trouverons N ; les équations

$$\cot c = 2 \cot N, \quad (3)$$

$$\gamma' = a - N - c, \quad (4)$$

nous donneront c et γ' ; enfin pour trouver p et x nous aurons

$$\cos p = \cos \gamma' \cos \pi + \sin \gamma' \sin \pi \cos b,$$

$$\cos x \sin p = \cos \gamma' \sin \pi - \sin \gamma' \cos \pi \cos b,$$

$$\sin x \sin p = \sin \gamma' \sin b,$$

ou, si l'on fait $\tan \xi' = \tan \gamma' \cos b$,

$$\left. \begin{aligned} \cos p &= \frac{\cos \gamma' \cos (\pi - \xi')}{\cos \xi'}, \\ \cos x \sin p &= \frac{\cos \gamma' \sin (\pi - \xi')}{\cos \xi'}, \\ \sin x \sin p &= \sin \gamma' \sin b. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Ainsi la latitude du point de l'aiguille verticale sera $= 90^\circ - p$ et sa longitude sera $= \psi - x$.

§ 43. Prenons pour un exemple les observations faites pendant le voyage du Capitaine Parry, en 1819, dans les régions arctiques. Dans le tableau suivant on verra les résultats obtenus par ces observations pour fixer la position du pôle nord magnétique.

VI. T A B L E A U.

Stations.	Longit. occid. de Paris.	Latitude boréale.	Déclinaison.	Inclinaison.	Dist. polaire du pôle N. magnét.	Long. occid. du pôle N. magnét.
Sur glace.	62° 16' 24"	72°00'00"	80°55'15"NO	84°14'55"	20°48'55"	63°56'44"
Sur glace.	64. 10. 24	63.58.00	61.11.20 —	83. 4.55	23. 6.51	68.45.39
Baie Possession.	79. 42. 54	73.31.00	103.46.20 —	86. 3.45	20.40.30	68.51. 6
Détroit du Regent.	90. 30. 24	73.33.00	115.37. 5 —	87.35.45	19. 5.32	68.26.46
Idem.	92. 1. 24	72.45.00	118.16 15 —	88.26.40	19.38.30	64.20.37
Ile Byam Martin.	106. 4. 54	75. 9.00	165.50. 5 NE	88.25.35	18.19.25	66.00.30
Baie de l'Hécla.	112. 54. 24	74.47.00	126.17.10 —	88.29.55	17.31.15	70.24.50
				Moyenne	19.53.00	67.15.10

Après avoir admis

$$k = 19^{\circ} \ 53' \ 00''; \qquad \omega = 67^{\circ} \ 15' \ 10''$$

$$\pi = 95. \ 29. \ 45; \qquad \psi = 178. \ 15. \ 50$$

$$e = 0,0 \ 673 \ 746 \qquad \qquad \qquad s = 111. \ 00. \ 40$$

les trois équations (1) du § 42. nous donneront

$$a = 102^{\circ} \ 12' \ 26''; \qquad b = 18^{\circ} \ 57' \ 20'', \ 5$$

ce qui nous donnera :

$$\text{d'après l'équation (2) . . . } N = 7^{\circ} 40' 3'',3$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad (3) . . . c = 3. 51. 3,7$$

$$N + c = 11. 31. 7,0$$

$$a = 102. 12. 26,0$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad (4) . . . \gamma' = 90. 41. 19$$

Enfin les équations (5) nous donneront

$$p = 19^{\circ} 18' 42'' \quad x = 79^{\circ} 10' 5''$$

$$90^{\circ} - p = 70. 41. 18 \quad \psi = 178. 15. 50$$

$$\psi - x = 99^{\circ} 5' 45''$$

Ainsi il résulte de plusieurs observations faites pendant le voyage du Capitaine Parry en 1819, dans le voisinage du point où l'aiguille aimantée prend la direction verticale, que ce point se trouvait à cette époque par

$$70^{\circ} 41' 18'' \text{ de lat. } B. \text{ et } 99^{\circ} 5' 45'' \text{ de long. occid.}$$

$$\text{d'après M. Ross . . . } 70. 5.00 \quad \text{---} \quad 99.12.00 \quad \text{---}$$

$$\text{la différence} \quad 36' 18'' \quad 6' 15''$$

§ 44. Pour trouver le point sud de l'aiguille verticale prenons dans le tableau IV la moyenne position du pôle magnétique

$$\omega = 82^{\circ} 31' 38'' \text{ long. occ. du pôle nord; } k = 9^{\circ} 7' 3''$$

$$\omega = 97. 28. 22. \text{ --- orient. --- sud; } \psi - \omega = 84. 15. 48.$$

Les trois équations (1) du § 42 nous donneront

$$a = 83^{\circ} 39' 55'' \quad b = 9^{\circ} 7' 40'', 5$$

et puis nous aurons

$$\text{d'après l'équation (2) . . . } N = 7^{\circ} 28' 15''$$

$$\text{--- --- (3) . . . } c = 3. 45. 5,$$

$$N + c = 11. 13. 20,$$

$$a = 83. 39. 55,$$

$$\text{--- --- (4) . . . } \gamma' = 72. 26. 35$$

Enfin les équations (5) nous donneront

$$p = 15^{\circ} 00' 15'' \quad x = 35^{\circ} 44' 54''$$

$$90^{\circ} - p = 74. 59. 45 \quad \psi = 181. 44. 10$$

$$\psi - x = 145. 59. 16$$

Il en résulte que le point sud de l'aiguille verticale dans les derniers dix ans, se trouvait par $74^{\circ} 59' 45''$ de lat. et $145^{\circ} 59' 16''$ à l'est de Paris

d'après M. Ross	75. 6.00	—	151.50.00	—
— — Duperrey	75. 0.00	—	136.00.00	—
— — Bellinshausen	74. 6.00	—	137.43.00	—

On voit que la position que je viens de trouver pour ce point est presque moyenne entre les position déterminée par les trois navigateurs.

§ 45. Toutes nos formules sont fondées sur l'hypothèse que dans l'intérieur de la terre se trouve une sphère magnétique au rayon indéterminé excentrique avec la terre. Cette idée n'est pas neuve (*): dans les anciennes théories on regardait

(*) Voir Traité de l'électricité et du magnétisme par M. Becquerel. Tome sixième, deuxième partie formant le tome VII et dernier, page 485.

la terre comme un véritable aimant agissant à distance ; mais quelques mathématiciens ont considéré ces théories comme défectueuses en ce que, au lieu de déterminer *à posteriori*, à l'aide des observations, quelle aurait dû être la grandeur réelle de l'aimant auquel ces théories comparaient la terre, elles donnent, *à priori*, à cet aimant une forme et une position particulières, examinant ensuite si l'hypothèse s'accorde avec les faits. M. *Becquerel*, dit que la plus simple des théories de ce genre est celle qui admet un seul aimant infiniment petit, placé au centre de la terre ; ce qui revient à supposer que les forces magnétiques sont tellement distribuées dans toute la masse de la terre, que la résultante de toutes leurs actions peut être représentée par l'action de cet aimant central infiniment petit, de même que l'attraction exercée par un globe homogène est la même que si toute sa masse était réunie à son centre. Suivant cette hypothèse, l'axe du petit aimant étant prolongé coupe la surface de la terre en deux points qu'on nomme *pôles magnétiques*, où l'aiguille d'inclinaison est verticale et l'intensité magnétique est à son maximum. *Krafft* et *Biot*, partant de cette hypothèse parvinrent à découvrir une loi entre la latitude magnétique d'un point et l'inclinaison en ce point, dont voici l'expression : *la tangente de l'inclinaison est égale au double de la tangente de la latitude magnétique.*

Tobie Mayer, il y a près de 85 ans, s'empara de cette hypothèse et la soumit au calcul ; mais ayant remarqué que l'observation n'a pas sanctionné ces déductions, supposa que le petit aimant coïncidait, non avec le centre de la terre, mais avec un point situé à une distance de ce centre égale au sep-

tième du rayon terrestre; il en déduisit, par le calcul, des inclinaisons, des déclinaisons, qui s'accordaient avec les observations, pour un petit nombre de lieux seulement. Sa théorie était défectueuse pour toutes les autres localités.

M. Hansteen fit plus, il substitua à l'action magnétique de la terre celle de deux aimants, différant totalement de position et d'intensité. Mais lorsqu'il voulut comparer sa théorie avec les observations faites en 48 lieux différents, les trois éléments calculés ne s'accordèrent que six fois avec les éléments observés.

M. Duperrey dans ses savants et utiles travaux, a admis les même principes que j'ai exposés dans toutes mes recherches sur le magnétisme terrestre, et dans la lettre dont il m'a honoré à Paris, il m'a écrit du 21 août 1842 ce qui suit:

«J'ai lu ce matin chez moi avec une attention soutenue
«votre mémoire sur l'action du magnétisme de la terre (*).
«Je suis fier, ainsi que j'ai déjà eu l'honneur de vous le dire,
«de voir que vous avez saisi comme moi le cas où les centres
«d'action du magnétisme terrestre ne seraient pas placés préci-
«sément au centre du globe. Ainsi que moi, mais par des moyens
«différents, vous arrivez à prouver qu'il est inutile de recourir
«à plusieurs pôles magnétiques de la surface de la terre, comme
«à plus de deux centres d'action dans l'intérieur de sa masse,
«pour rendre raison de la position respective des lignes d'égale
«déclinaison, d'égale inclinaison et d'égale intensité; qu'enfin,

(*) C'est à dire les trois premières sections de cet ouvrage qui ont été publiées en 1840.

«à vous comme à moi, il nous suffit de transporter les centres
«d'action à une vingtième environ de la longueur du rayon,
«vers le grand océan pour résoudre immédiatement une foule de
«questions que les théories du magnétisme terrestre avaient laissées
«jusqu'à ce jour sans solution définitive.

Il est en effet très curieux que Mr. Duperrey et moi, cha-
cun sans avoir connaissances des recherches de l'autre, avons
trouvé, presque en même temps, des résultats analogues, par des
procédés tout à fait différentes; car j'ai trouvé:

$$e=0,06737; \pi=95^{\circ}29'49''; \psi=181^{\circ}24'10''$$

d'après M. Duperrey $e=0,04788; \pi=98.10.42; \psi=225.00.00$

Il y aurait beaucoup plus d'accord, sans doute, si l'on avait
déterminé avec exactitude la position du point sud de l'aiguille
verticale en même temps que la position du point nord. En
général la connaissance de la vraie position de ces deux points
importants pour un temps donné, est d'une utilité éminente pour
la théorie du magnétisme terrestre: on peut s'en servir pour
déterminer les valeurs précises de π , ψ , e .

§ 46. Ampère, pour expliquer tous les faits ancienne-
ment connus du magnétisme, et ceux qu'il venait de découvrir,
admit dans le sein de la terre un courant électrique fermé, circu-
lant de l'est à l'ouest. Les brillantes découvertes de ce vaste
génie et son ingénieuse idée de représenter les actions d'un
aimant par les conducteurs pliés en hélice, ont eu tant d'attrait
pour plusieurs Physiciens, qu'ils se sont empressés d'attribuer une
origine électrique à toutes les actions de la terre sur une aiguille
aimantée. L'hypothèse d'Ampère, contestée par d'autres

physiciens, a été l'objet de discussion dans *la théorie physique et mathématique des phénomènes électro—dynamiques et du magnétisme*, par M. Masson. Le savant auteur de cet intéressant ouvrage a trouvé les formules qui représentent l'action exercée par un courant fermé sur un élément de courant, ou le pôle d'une solénoïde (page 28, formules (c) de l'ouvrage cité). Dans son article sur *la théorie électrique du magnétisme terrestre* il dit que «la déclinaison, l'inclinaison et l'intensité dépendent en chaque lieu des valeurs exprimées par ces formules qui renferment tout le problème du magnétisme terrestre». Ces formules de M. Masson sont identiques avec les dernières formules du § 6 de mes recherches sur l'action magnétique de la terre et par conséquent avec les formules (A) du § 28, dont je suis parti pour trouver toutes les équations que je viens de donner. Cela prouve que mes équations sont communes à l'une et à l'autre théorie de l'action de la terre sur l'aiguille aimantée; c'est à dire, veut-on attribuer cette action à la distribution du magnétisme dans l'intérieur de la terre ou au courant électrique imaginé par Ampère dans le sein de la terre, les équations que j'ai trouvées plus haut auront toujours lieu.

TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS CE VOLUME.

	<i>pages.</i>
§ 1. Introduction.	1.
<i>Section première</i>	
§ 2 et 3. Expressions différentielles des attractions ou répulsions exercées par un corps magnétique.	7.
§ 4 et 5. Intégrations des équations différentielles qui déterminent les actions exercées par une sphère magnétique sur une aiguille aimantée.	12.
§ 6. Preuve analytique que la loi newtonienne convient seule aux actions magnétiques c'est à dire que les attractions et les répulsions magnétiques sont en raison inverse du carré des distances.	19.
Équations générales qui déterminent les actions exercées par une sphère magnétique sur une aiguille aimantée.	22.

§ 7. Diverses transformations des équations précédentes. 22.

La ligne de la direction de l'aiguille aimantée doit couper l'axe magnétique mené par le centre de la sphère magnétique intérieure. . . . 24.

Section seconde.

§ 8 et 9. Équations qui donnent la position de l'axe magnétique quand on connaît la direction de l'aiguille par rapport aux axes des coordonnées menées par le centre de la sphère magnétique excentrique et vice versa. 26.

Application des mêmes formules au cas où la sphère magnétique est concentrique avec le globe terrestre. Formule de Bowdich. 28.

§ 10. Application des formules précédentes aux observations faites par Mr. Duperrey dans le voisinage de la ligne sans inclinaison, pendant le voyage de la corvette la *Coquille*. 28.

La relation de Bowdich ne s'accorde pas avec les observations de Duperrey. 29.

Application des mêmes formules aux observa-

tions faites dans les parages où les inclinaisons magnétiques sont très grandes. 31.

La discordance de la relation de Bowdich avec ces observations n'est pas plus grande que près de la ligne sans inclinaison. 31.

§ 11. On ne peut pas admettre l'hypothèse d'une seule sphère magnétique concentrique avec le globe terrestre, mais cette hypothèse n'est pas très éloignée de la vérité. 32.

§ 12, 13 et 14. Discussion du cas où la sphère magnétique n'est pas concentrique avec le globe terrestre. Définition de *l'inclinaison excentrique*: il ne faut pas la confondre avec *l'inclinaison observée*, qu'on peut appeler *inclinaison géocentrique* ou *vraie*. Définition de la *sphère magnétique équivalente* ou plus simplement de la *sphère équivalente*. Le centre de cette sphère n'est pas très éloigné de celui de la terre. Position du centre de la sphère équivalente, ou de la sphère magnétique. 33.

§ 15. Comparaison de la théorie précédente avec les observations. 41.

§ 16. Moyen de trouver l'inclinaison excentrique

d'après l'inclinaison observée, quand on connaît la position du centre de la sphère magnétique. 44.

§ 17. Les intensités de la force magnétique trouvées par le calcul différent quelquefois des observations faites par Mrs. Hansteen et Erman moins que les résultats de leurs observations. 45.

§ 18. Les endroits les plus convenables pour déterminer la position rigoureuse du noyau magnétique sont ceux qui se trouvent dans le voisinage du point de la surface de la terre correspondant au centre de la sphère magnétique et dans le voisinage du point opposé. Le premier point se trouve au nord de Tongatabou et le second, dans les environs de Tembouctou. 46.

Moyen de déterminer la position du centre de la sphère magnétique d'après les observations faites sur ces deux points. 47.

Troisième section.

§ 19. La position des lignes sans déclinaison n'est pas fixe sur le globe. Ces lignes se déplacent de l'est à l'ouest. Il faut chercher la cause de ce déplacement dans le changement de direction de l'axe magnétique. 49.

§ 20. Pôle magnétique apparent pour un lieu quelconque et formules propres à déterminer sa position. 50.

§ 21. Position du pôle magnétique apparent pour Paris. 51.

Le pôle magnétique apparent de Paris se meut d'un mouvement uniforme sur un cercle parallèle à l'équateur terrestre, dont la latitude est $75^{\circ} 26' 21''$ et s'avance chaque année vers l'occident de $22' 55''$ 54.

§ 22. *Maxima et minima* de déclinaison et d'inclinaison en général et particulièrement pour Paris. 54.

§ 23. Position du Pôle magnétique apparent pour Londres 55.

§ 24. Remarque sur les anciennes observations faites à Londres. 61.

§ 25. Déplacement du pôle magnétique apparent de Londres 62.

Maxima et minima de déclinaison et d'inclinaison magnétiques pour Londres. 63.

§ 26. Position du pôle apparent, son déplacement et
maxima et minima de la déclinaison et de l'incli-
 nation magnétiques de *Bruxelles*. 63.

§ 27. Position du pôle apparent, son déplacement et
maxima et minima de la déclinaison et de l'incli-
 nation de *St. Pétersbourg*.

Note 1. 69.

Note 2. 71.

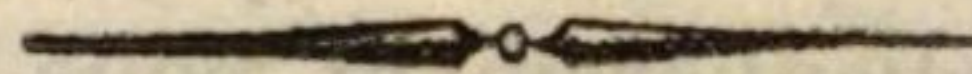


TABLE DES MATIÈRES.

SUITE.

Section quatrième.

§ 28, 29, 30. Équations qui expriment les composantes de la force magnétique de la terre pages. 73.

§ 31, 32, 33. Autres équations qui résultent des équations précédentes 78.

Section cinquième.

§ 34, 35, 36. Applications des formules précédentes aux observations 87.

§ 37. Exemple qui fait voir comment on peut trouver la position de l'axe magnétique de la terre 94.

§ 38. Détermination de la position de l'axe magnétique de la terre 95.

§ 39. Considération sur les résultats précédens . . . 101.

§ 40. Moyen de déterminer la déclinaison et l'inclinaison magnétique dans un lieu donné sans y avoir fait les observations 103.

Section sixième.

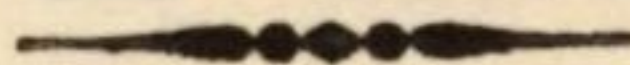
§ 41, 42. Méthode pour déterminer la position des points où l'aiguille prend la direction verticale 107.

§ 43. Position du point nord de l'aiguille verticale déterminée par plusieurs observations faites pendant le voyage du cap. Parry en 1819 111.

§ 44. Position du point sud de l'aiguille verticale.. 113.

§ 45. Considération sur la théorie précédente 114.

§ 46. Les équations de M. Masson qui représentent l'action exercée par un courant fermé sur un élément de courant, ou le pôle d'un solénoïde, sont identiques avec les équations dont je suis parti dans mes recherches sur l'action magnétique de la terre 117.



FAUTES ESSENTIELLES À CORRIGER.

Pages.	Lignes.	FAUTES.	CORRECTIONS.
4	dernière	Duperey	Duperrey
40	5	celà	cela
45	40 et 41	θ , l'angle que fait avec l'axe des x la projection de r sur le plan des x et des y ,	θ , l'angle compris entre r et l'axe des x ; ψ , l'angle que fait avec l'axe des x la projection de r sur le plan des x et des y ,
46	8	$\int_0^{2\pi} \cos^{2i} d\omega$	$\int_0^{2\pi} \cos^{2i} \omega d\omega$
21	6 et 7	en raison inverse des distances	en raison inverse du carré des distances
30	3	inclinations	inclinaisons
30	5	océant	océan
30	43	relation	rélation
32	9	D'ailleurs,	D'ailleurs,
32	23	d'un seule	d'une seule
33	9	parcé que	parce que, dans toutes nos équations,
34	2	magnétique	magnétique observée,
37	8	abreger	abréger
46	45	d'observations	d'observation
48	4 et 2	le phénomène	les phénomènes
55	7	qui	qui,
58	7	des déclinaisons magnétiques	de déclinaison magnétique
77	11	$\cos \theta$	$\sin \theta$
77	48	$\frac{e}{r}$	$\frac{e}{r}$
83	3	(sect. I)	(sect. II)
92	44	$\sin \theta'$	$\cos \theta'$

Fig. 1.

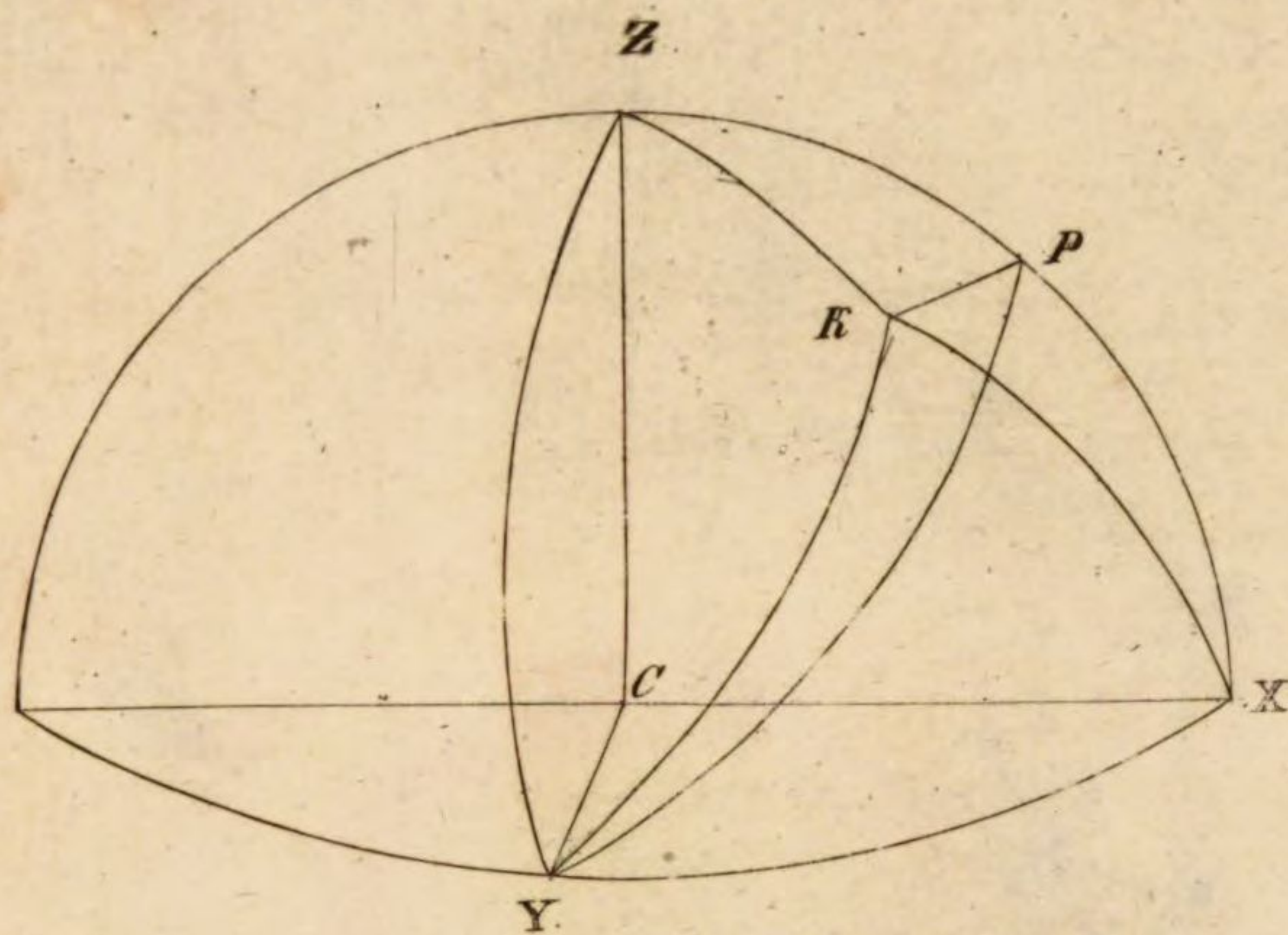
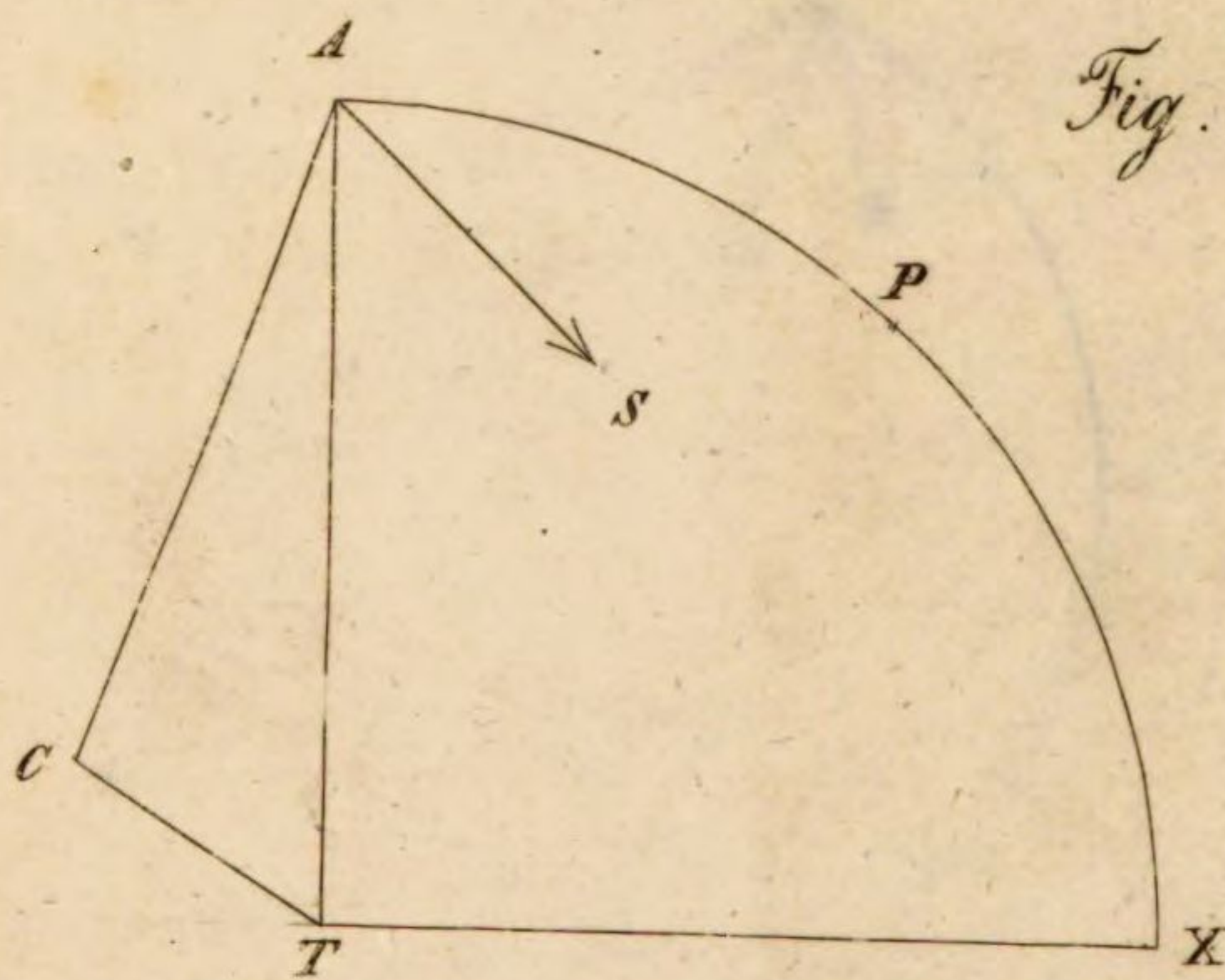
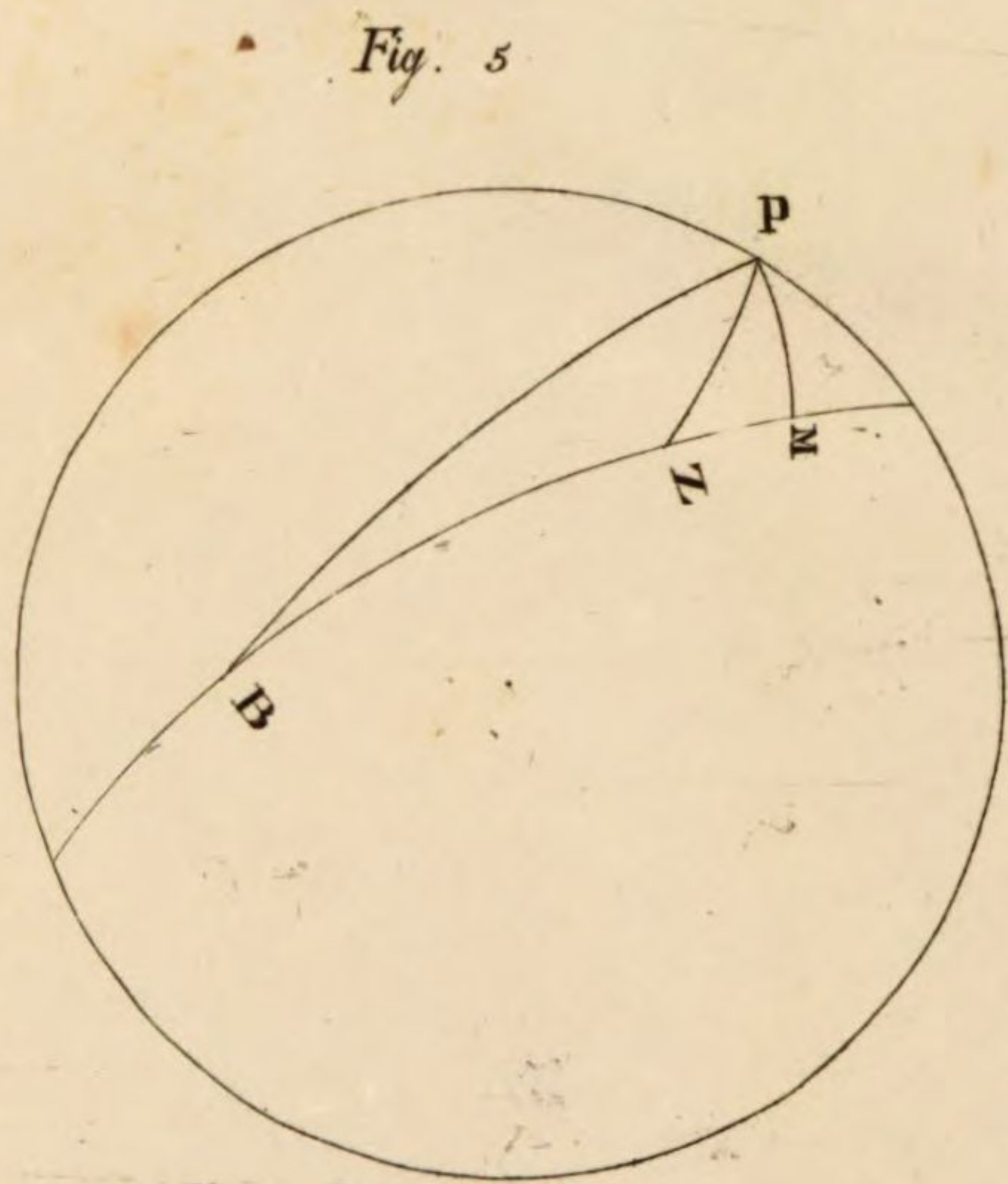
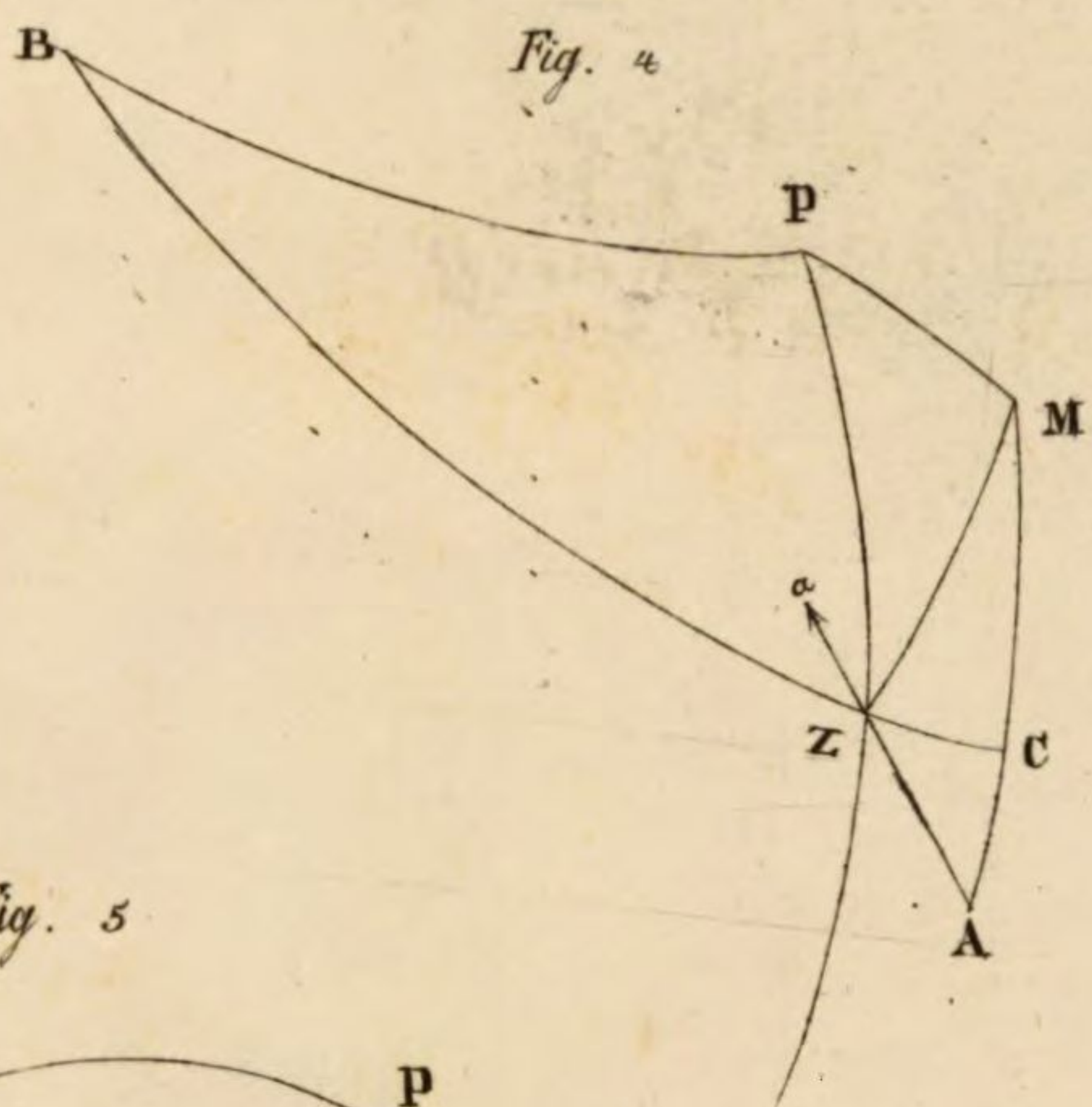
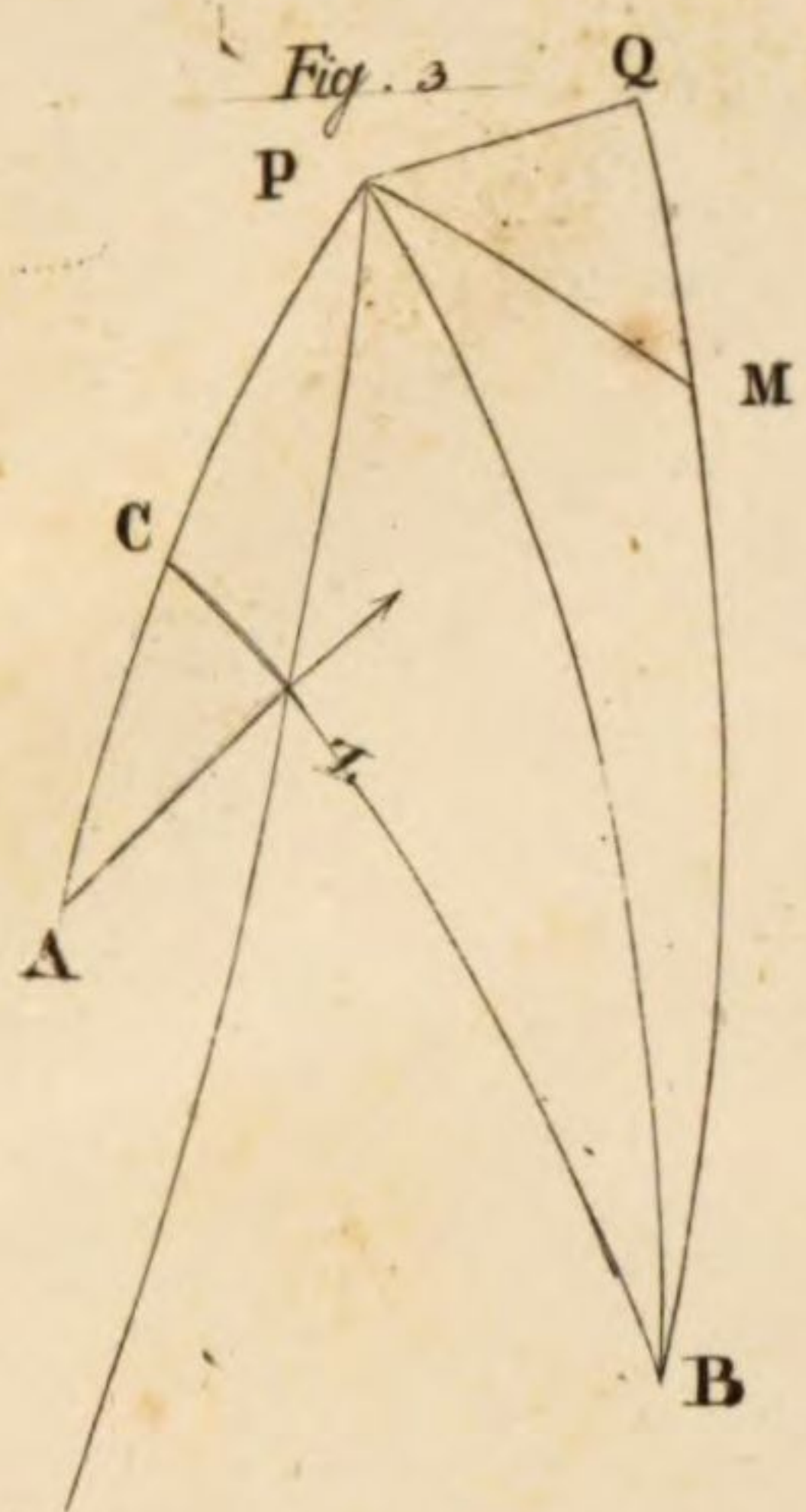


Fig. 2.









Simonoff, J.

Recherches sur l'action magnétique de la terre

Kazan 1845

Phys.sp. 621 m

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10134774-3